山梨大学

2016 年 工学部・生命環境（生命工） 第 2 問

2 四面体 OABC において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおき，$\left|\vec{a}\right|=2$，$\left|\vec{b}\right|=\sqrt{3}$，$\left|\vec{c}\right|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，$\vec{b}\cdot\vec{c}=\dfrac{4}{3}$，$\vec{c}\cdot\vec{a}=\dfrac{4}{3}$ を満たすとする．点 C から平面 OAB に垂線を下ろし，平面 OAB との交点を H とする．

(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ．

(2) 四面体 OABC の体積 V を求めよ．

(3) 辺 BC の中点を M とし，線分 AM を 4：1 に内分する点を N とする．このとき，直線 CH と直線 ON が交わることを示せ．また，その 2 直線の交点を P とするとき，CP：PH を求めよ．