



2010年 教育人間科学・生命環境（生命工以外）第3問

3 2次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が, $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A \neq \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A \neq -\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ を満たす.

(1) $a + d = 0$, $ad - bc = -1$ が成り立つことを示せ.

(2) $x^2 + y^2 \neq 0$, $s^2 + t^2 \neq 0$, $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $A \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix}$ を満たす実数 x, y, s, t があることを示せ.

(3) さらに, $b = c$ ならば, (2) の x, y, s, t は $xs + yt = 0$ を満たすことを示せ.