

2015年工学部・生命環境(生命工)第1問

1 次の問いに答えよ。

(1) 不定積分 $\int x \cos x dx$ を求めよ。(2) 不等式 $\frac{5x-6}{x-2} > x+1$ を解け。(3) 関数 $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ の増減, グラフの凹凸, 変曲点および漸近線を調べて, そのグラフをかけ。

$$\begin{aligned} (1) \int x(\sin x)' dx &= x \sin x - \int \sin x dx \\ &= \underline{x \sin x + \cos x + C} \quad (C \text{ は積分定数}) \end{aligned}$$

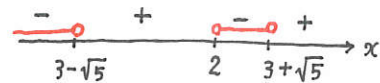
(2) $x \neq 2$ より 両辺に $\underbrace{(x-2)^2}_{>0}$ をかけて,

$$(5x-6)(x-2) > (x+1)(x-2)^2$$

$$\therefore (x-2) \{ (x+1)(x-2) - (5x-6) \} < 0$$

$$\therefore (x-2)(x^2 - 6x + 4) < 0$$

$$\therefore (x-2) \{ x - (3+\sqrt{5}) \} \{ x - (3-\sqrt{5}) \} < 0$$

右の図より $\underline{x < 3-\sqrt{5}, 2 < x < 3+\sqrt{5}}$ 

$$(3) f'(x) = \frac{e^{-x}}{(1+e^{-x})^2} > 0$$

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{-e^{-x}(1+e^{-x})^2 - e^{-x} \cdot (-2e^{-x})(1+e^{-x})}{(1+e^{-x})^4} \\ &= \frac{e^{-x}(e^{-x}-1)}{(1+e^{-x})^3} \end{aligned}$$

$$\therefore f''(x) = 0 \text{ となるのは } x = 0$$

$$\text{また, } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

 \therefore 漸近線は x 軸と $y = 1$
変曲点は $(0, \frac{1}{2})$

右の増減表より グラフは右となる。

x	$(-\infty)$	\dots	0	\dots	(∞)
$f'(x)$		+	+	+	
$f''(x)$		+	0	-	
$f(x)$	(0)	\nearrow	$\frac{1}{2}$	\nearrow	(1)

