安田女子大学

2014年 薬学部以外（A日程） 第3問

数理 石井K

3 放物線 $y = x^2 + ax - 1$ と直線 $y = x + b$ について，次の問いに答えよ．

(1) 放物線と直線が2つの交点を持つための条件を，a と b を用いて表せ．

(2) 2つの交点の距離が1となるための条件を，a と b を用いて表せ．

(3) 2つの交点を結んだ線分の中点がちょうど原点となるときの a と b の値をそれぞれ求めよ．

(1) $x^2+ax-1-(x+b)=0$

$x^2+(a-1)x-1-b=0$

判別式を D とおくと

$D=(a-1)^2+4(b+1)$

$\therefore D>0$ であるから $\underline{a^2-2a+4b+5>0}$ //

(2) (1)より交点の x 座標は

$x=\dfrac{1-a\pm\sqrt{a^2-2a+4b+5}}{2}$

$\therefore$ 直線の傾きが1なので x 座標の差がちょうど $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ になればよい

$\therefore \sqrt{a^2-2a+4b+5}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

2乗して $\underline{a^2-2a+4b+\dfrac{9}{2}=0}$ //

(3) 中点の x 座標は $\dfrac{1-a}{2}$

また，中点も直線上の点なので 中点は $\left(\dfrac{1-a}{2},\ \dfrac{1-a}{2}+b\right)$

$\therefore \underline{a=1,\ b=0}$ //