



2014年 理工学部 第2問

2  $xyz$  空間において、 $xy$  平面に原点  $O(0, 0, 0)$  で接し、中心が  $C(0, 0, 1)$  であるような球面を  $S$  とする。点  $P(2\sqrt{3}, 0, 3)$  に点光源をおくとき、 $xy$  平面上にできる  $S$  の影  $S'$  を考える。

(1) 点  $P$  から球面  $S$  に引いた接線のひとつと球面との接点を  $A$  とする。線分  $PA$  の長さは  $\sqrt{\text{キ}}$  である。

$\angle CPA = \theta$  とすると、 $\sin \theta = \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$  である。

(2) 球面  $S$  上で光が当たる部分と影の部分との境界は、 $\left( \frac{\sqrt{\text{コ}}}{\text{サ}}, \text{シ}, \frac{\text{ス}}{\text{セ}} \right)$  を中心とし、半径

が  $\frac{\sqrt{\text{ソ}}}{\text{タ}}$  の円である。

(3) 影  $S'$  は長軸の長さが  $\text{チ} \sqrt{\text{ツ}}$  の楕円の内部である。