2015年 総合数理 第4問

$\boxed{4}$ 原点をOとする座標平面上に点A(2, 0), B(0, 2), C(−2, 0)をとる．さらに，点Pはx軸上をAからOまで動き，点QはPQ = 2を満たしながら，y軸上をOからBまで動くとする．線分PQが通過する領域をDとする．∠QPC = θとするとき，以下の問いに答えよ．

(1) $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$のとき，直線PQの傾きと$y$切片を$\theta$を用いて表せ．

(2) kを$0 < k < 2$を満たす定数とする．PがAから$(k,\ 0)$まで動くときに線分PQと直線$x = k$の交点をRとする．Rのy座標が最大となるθをαとするとき，kとαの間で成り立つ関係式を求めよ．またその最大値をkを用いずにαのみを用いて表せ．

(3) 領域Dは，曲線

$$y = f(x) \quad (0 \leqq x \leqq 2)$$

およびx軸，y軸で囲まれる領域となる．$f(x)$を求めよ．

(4) 領域Dの面積を求めよ．