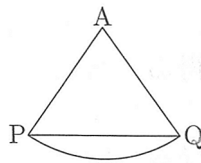


2011年 医学部 第3問

3 平面上の点 A を中心とする半径 a の円から、中心角が 60° で $AP = AQ = a$ となる扇形 APQ を切り取る。つぎに線分 AP と AQ を貼り合わせて、 A を頂点とする直円錐 K を作り、これを点 O を原点とする座標空間におく。

A, P はそれぞれ z 軸, x 軸上の正の位置にとり、扇形 APQ の弧 PQ は xy 平面上の O を中心とする円 S になるようにする。

また弦 PQ から定まる K の側面上の曲線を C とする。



以下の問いに答えよ。

- (1) S の半径を b とする。 S 上の点 $R(b \cos \theta, b \sin \theta, 0)$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) に対し、 K 上の母線 AR と C の交点を M とする。 b と線分 AM の長さを a と θ を用いて表せ。
- (2) ベクトル \vec{OM} を xy 平面に正射影したベクトルの長さを r とする。 r を a と θ を用いて表し、定積分

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \{r(\theta)\}^2 d\theta$$

を求めよ。ただし、ベクトル $\vec{OE} = (a_1, a_2, a_3)$ を xy 平面に**正射影したベクトル**とは $\vec{OE}' = (a_1, a_2, 0)$ のことである。