

2016年医学部第1問

1 以下の問いに答えよ。

- (1) ある大学で N 人の学生が数学を受験した。その得点を x_1, x_2, \dots, x_N とする。平均値 \bar{x} および分散 s^2 は各々

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N}$$

で与えられる。標準偏差 s (> 0) は

$$s = \sqrt{s^2}$$

となる。このとき x 点を取った学生の**偏差値**は

$$t = 50 + 10 \times \frac{x - \bar{x}}{s}$$

で与えられる ($x \in \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$)。偏差値は**無単位**であることに注意せよ。

Y 大学で $N = 3n$ 人の学生が数学を受験し、たまたま $2n$ 人の学生が a 点、残りの n 人の学生が b 点を取ったとしよう。簡単にするために $a < b$ とする。 a 点を取った学生および b 点を取った学生の偏差値を求めよ。

- (2) 方程式

$$x^2 - 3y^2 = 13$$

の整数解を求める。簡単にするために $x > 0, y > 0$ とする。まず

$$X = ax + by, \quad Y = cx + dy$$

とおく。 a, b, c, d を自然数として、 (X, Y) が再び方程式

$$X^2 - 3Y^2 = 13$$

を満たすための組 (a, b, c, d) を1つ求めよ。

次に、解の組 (x, y) で $x > 500$ となる (x, y) を1つ求めよ。

- (3) n を自然数とする。漸化式

$$a_{n+2} - 5a_{n+1} + 6a_n - 6n = 0$$

$$a_1 = 1, a_2 = 1$$

で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- (4) n を0以上の整数とする。以下の不定積分を求めよ。

$$\int \left\{ -\frac{(\log x)^n}{x^2} \right\} dx = \sum_{k=0}^n \boxed{}$$

ただし、積分定数は書かなくてよい。