

2018年 医・国際総合科学 第3問

3 以下の問いに答えよ.

- (1) n を素数でない 4 以上の整数とする. このとき, n^2 の約数 d で, $n < d < n^2$ をみたすものが存在することを証明せよ.
- (2) 整数 $\sum_{k=0}^{50} {}_{101}C_k$ の約数の個数を求めよ.
- (3) $X = 3^4 \cdot ({}_{11}C_0 + {}_{11}C_1 + {}_{11}C_2 + {}_{11}C_3 + {}_{11}C_4 + {}_{11}C_5)$ とし, 全体集合 $U = \{1, 2, \dots, X\}$ を考える. U の部分集合 A, B, C を
- $$A = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は } X \text{ の約数}\}$$
- $$B = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は } X^2 \text{ の約数}\}$$
- $$C = \{x \mid x = 1, 2, \dots, X - 1\}$$
- とする.
- (i) X^2 の約数で, かつ X より小さく, X の約数でないような整数からなる U の部分集合を D とする. D を A, B, C を用いて表せ.
- (ii) (i) における D の要素の個数を求めよ.