



2010年 第5問

5  $n$  を自然数とし、行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  の  $n$  個の積を

$$A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$$

とする。  $ad - bc = 3$  のとき、次の問いに答えよ。ただし、  $a_1 = a$ ,  $b_1 = b$ ,  $c_1 = c$ ,  $d_1 = d$  である。

- (1)  $a_n d_n - b_n c_n = 3^n$  を数学的帰納法によって証明せよ。
- (2)  $a + d = 1$  のとき、  $a_3 + d_3$  を求めよ。
- (3)  $a + d = 0$  のとき、  $a_n + d_n$  を求めよ。