



2014年教育文化（理系）第5問

5 座標平面において、 $x$ 座標と $y$ 座標がともに整数である点を格子点という。 $n$ を自然数とし、放物線 $y = x^2$ 、直線 $x = n$ および $x$ 軸で囲まれた図形を $S_n$ とする。 $S_n$ の境界上にある格子点の個数を $a_n$ とし、 $S_n$ の境界を除いた内部にある格子点の個数を $b_n$ とすると、次の各問に答えよ。

- (1)  $a_n$ を、 $n$ を用いて表せ。
- (2)  $b_n$ を、 $n$ を用いて表せ。
- (3)  $S_n$ の面積を $c_n$ とすると、極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( \frac{a_n}{2} + b_n - c_n \right)$ を求めよ。