

2012年第4問

4  $A$  を実数を成分とする行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

とし、任意の実数  $x$  に対して、行列  $(xE - A)$  を考える。ただし、 $E$  は  $2 \times 2$  の単位行列とする。相異なる実数  $\alpha, \beta$  に対して、行列  $(\alpha E - A), (\beta E - A)$  は逆行列を持たないとき、次の問に答えよ。

- (1)  $\alpha + \beta = a + d, \alpha\beta = ad - bc$  であることを示せ。また、 $x \neq \alpha, x \neq \beta$  のとき、 $(xE - A)$  は逆行列を持つことを示せ。
- (2)  $x \neq \alpha, x \neq \beta$  のとき、 $(xE - A)$  の逆行列の  $(i, j)$  成分を

$$a_{ij}(x), \quad (i = 1, 2; j = 1, 2)$$

と表し、

$$b_{ij} = \lim_{x \rightarrow \alpha} x^2(x - \alpha)a_{ij}(x) + \lim_{x \rightarrow \beta} x^2(x - \beta)a_{ij}(x)$$

とする。このとき、行列  $\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$  を  $A$  を用いて表せ。