横浜市立大学

2012年 医学部 第3問

3 $f(x)$ を区間 $[0,\ \infty)$ 上の連続関数とする．この区間上の $f(x)$ の積分を

$$\int_0^\infty f(x)\,dx = \lim_{R\to\infty}\int_0^R f(x)\,dx$$

とおく．以下の問いに答えよ．

(1) $\alpha,\ \beta$ を正の定数として，積分 $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{(1+\alpha x)(1+\beta x)}\,dx$ を求めよ．

(2) $a,\ b,\ c$ を相異なる正の定数として，積分 $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{(1+ax)(1+bx)(1+cx)}\,dx$ を（結果の表示を簡潔にするため）

$$\int_0^\infty \frac{1}{(1+ax)(1+bx)(1+cx)}\,dx = A\log a + B\log b + C\log c$$

とおく．$A,\ B,\ C$ を求めよ．