

2017年医・国際総合科学 第4問

4 大腸菌によるタンパク質の生成に関する実験を考える。シャーレに大腸菌を入れ培養し、3時間後、6時間後、9時間後に生成されたタンパク質の量を測定する（複数のシャーレを用いて測定する。それぞれのシャーレごとに測定誤差が出る）。各時間ごとに、測定されたタンパク質の量の平均値を以下に示す。

時間（時間）	平均値（mg）
0	5.0
3	11.0
6	15.0
9	17.0

t 時間後のタンパク質の量（mg）を $P(t)$ とする。初期値は、 $P_0 = P(0) = 5.0$ である。生成されるタンパク質の量は、方程式

$$P'(t) = \kappa - \gamma P(t) \quad \dots\dots(*)$$

をみたく $P(t)$ で近似されることが知られている。ここで κ および γ は定数で、 γ を決めることがもっとも重要な問題である。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 関数

$$P(t) = \frac{\kappa}{\gamma} + \left(P_0 - \frac{\kappa}{\gamma} \right) e^{-\gamma t}$$

は方程式(*)の解であることを証明せよ。

(2) $\alpha = \frac{\kappa}{\gamma}$ とすると、(*)の解は

$$P(t) = \alpha + (5.0 - \alpha)e^{-\gamma t}$$

となる。この解を実験データに合わせたい。そのために $t = 3$ および $t = 9$ のデータの平均値を使う。すなわち、

$$P(3) = 11.0, \quad P(9) = 17.0$$

とする。このとき、関係式

$$e^{-9\gamma} = (e^{-3\gamma})^3$$

を用いて α の値を求めよ。

(3) $P(3) = 11.0$ および (2) の α を用いて γ を求めよ。簡単にするため、 a と b を定数として

$$\gamma = a \log b$$

の形で表わせ（可能な限り簡潔な形にせよ）。



(4) 以上のことを用いて $P(6)$ の値を求めよ.