横浜市立大学

2018年 医・国際総合科学 第3問

3 以下の問いに答えよ．

(1) n を素数でない4以上の整数とする．このとき，n^2 の約数 d で，$n < d < n^2$ をみたすものが存在することを証明せよ．

(2) 整数 $\sum_{k=0}^{50} {}_{101}\mathrm{C}_k$ の約数の個数を求めよ．

(3) $X = 3^4 \cdot ({}_{11}\mathrm{C}_0 + {}_{11}\mathrm{C}_1 + {}_{11}\mathrm{C}_2 + {}_{11}\mathrm{C}_3 + {}_{11}\mathrm{C}_4 + {}_{11}\mathrm{C}_5)$ とし，全体集合 $U = \{1, 2, \cdots, X\}$ を考える．U の部分集合 A, B, C を

$A = \{x \mid x \in U$ かつ x は X の約数 $\}$
$B = \{x \mid x \in U$ かつ x は X^2 の約数 $\}$
$C = \{x \mid x = 1, 2, \cdots, X-1\}$

とする．

(i) X^2 の約数で，かつ X より小さく，X の約数でないような整数からなる U の部分集合を D とする．D を A, B, C を用いて表せ．

(ii) (i) における D の要素の個数を求めよ．