0001918181808999

横浜市立大学

2014年 医学部 第2問

$\boxed{2}$ ある開区間 D で与えられた関数 $f(x)$ は，2階微分可能で，第2次導関数 $f''(x)$ は連続で，更に $f''(x)<0$ と仮定する．以下の問いに答えよ．

(1) $a_1<a_2<a_3$ を満たす D の a_1，a_2，a_3 に対して

$$\frac{f(a_2)-f(a_1)}{a_2-a_1}>\frac{f(a_3)-f(a_2)}{a_3-a_2}$$

を示せ．

(2) x_1，x_2 を D の実数とする．$0\leqq\alpha\leqq1$ を満たす α に対して

$$f(\alpha x_1+(1-\alpha)x_2)\geqq\alpha f(x_1)+(1-\alpha)f(x_2)$$

を示せ．

(3) x_1，x_2，x_3 を D の実数とする．α_1，α_2，$\alpha_3\geqq0$ 及び $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=1$ を満たす α_1，α_2，α_3 に対して

$$f(\alpha_1x_1+\alpha_2x_2+\alpha_3x_3)\geqq\alpha_1f(x_1)+\alpha_2f(x_2)+\alpha_3f(x_3)$$

を示せ．

(4) $D=(0,\ \infty)$ とする．上の議論を用いて，D の x_1，x_2，x_3 に対して不等式

$$\frac{x_1+x_2+x_3}{3}\geqq\sqrt[3]{x_1x_2x_3}$$

を示せ．