

2018年 医・国際総合科学 第3問

3 以下の問いに答えよ.

- (1)  $n$  を素数でない 4 以上の整数とする. このとき,  $n^2$  の約数  $d$  で,  $n < d < n^2$  をみたすものが存在することを証明せよ.
- (2) 整数  $\sum_{k=0}^{50} {}_{101}C_k$  の約数の個数を求めよ.
- (3)  $X = 3^4 \cdot ({}_{11}C_0 + {}_{11}C_1 + {}_{11}C_2 + {}_{11}C_3 + {}_{11}C_4 + {}_{11}C_5)$  とし, 全体集合  $U = \{1, 2, \dots, X\}$  を考える.  $U$  の部分集合  $A, B, C$  を
- $$A = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は } X \text{ の約数}\}$$
- $$B = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は } X^2 \text{ の約数}\}$$
- $$C = \{x \mid x = 1, 2, \dots, X - 1\}$$
- とする.
- (i)  $X^2$  の約数で, かつ  $X$  より小さく,  $X$  の約数でないような整数からなる  $U$  の部分集合を  $D$  とする.  $D$  を  $A, B, C$  を用いて表せ.
- (ii) (i) における  $D$  の要素の個数を求めよ.