

2018年理工第4問

4 c を 5 で割り切れない 2 以上の整数とする. 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は以下の条件をみたす.

(i) a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) は $0, 1, \dots, c-1$ のいずれかである.

(ii) b_n は

$$b_1 = 1, \quad cb_{n+1} = 5a_n + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

をみたす整数である.

次の問いに答えよ.

(1) $c = 3$ のとき, a_n, b_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ.

(2) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, $0 < b_n < 5$ を示せ.

(3) $c = 5l + 4$ (l は 0 以上の整数) のとき, a_n, b_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ.