2018 年 理工 第 5 問

5 xy 平面上に双曲線 $C_1 : y = \dfrac{1}{x}$ がある．C_1 上の点 $\mathrm{P}\left(t,\ \dfrac{1}{t}\right)$ $(t > 0)$ における C_1 の接線を ℓ とする．放物線 $C_2 : y = x^2 + ax + b$（a，b は実数）は点 P を通り，C_1 と第 3 象限において共有点をただ 1 つもつとする．C_2 と ℓ で囲まれた部分の面積を S とする．次の問いに答えよ．

(1) ℓ の方程式を求めよ．

(2) a，b をそれぞれ t の式で表せ．

(3) S を t の式で表せ．

(4) t が正の実数全体を動くとき，S の最小値を求めよ．