2012年 政治経済学部 第3問

$\boxed{3}$ xy 平面上の曲線 $C: y = x^2$ 上に，原点Oと異なる2つの点 $\mathrm{P}(s,\ s^2)$，$\mathrm{Q}(t,\ t^2)$ がある．ただし，$s \neq t$ とする．曲線 C 上のP，Qにおけるそれぞれの接線を ℓ_1，ℓ_2 とし，ℓ_1，ℓ_2 の x 軸との交点をそれぞれ $\mathrm{P_0}$，$\mathrm{Q_0}$ とする．このとき，次の各設問の $\boxed{}$ にふさわしい解を求め，解答欄に記入せよ．

(1) $\mathrm{P_0}$ の座標は $\left(\boxed{},\ \boxed{}\right)$ となり，$\mathrm{Q_0}$ の座標は $\left(\boxed{},\ \boxed{}\right)$ となる．

(2) ℓ_1 と ℓ_2 の交点Rの座標は $\left(\boxed{},\ \boxed{}\right)$ である．

(3) $\mathrm{P_0}$，$\mathrm{Q_0}$，Rを通る円の方程式を

$$(x-a)^2+(y-b)^2=c^2 \quad \cdots\cdots ①$$

とおく．円の方程式①が $\mathrm{P_0}$，$\mathrm{Q_0}$ を通ることと，$\mathrm{P_0} \neq \mathrm{Q_0}$ であることから

$$s+t=\boxed{} \quad \cdots\cdots ②$$

となる．

(4) 円の方程式①が $\mathrm{P_0}$ とRを通ることと，②と $s \neq 0$ であることから，s，t，a，b の満たす式は

$$\boxed{}=0 \quad \cdots\cdots ③$$

となる．同じく $\mathrm{Q_0}$ とRを通ることと，②と $t \neq 0$ であることから，s，t，a，b の満たす式は

$$\boxed{}=0 \quad \cdots\cdots ④$$

となる．②，③，④より，$a \neq 0$ のとき

$$st=\boxed{} \quad \cdots\cdots ⑤$$

を得る．同じく $a=0$ のときも⑤が成り立つことがわかる．

(5) 円の方程式①がRを通ることを a，b，c を用いて表わすと

$$\boxed{} \quad \cdots\cdots ⑥$$

となる．このことは，①が定点 $\left(\boxed{},\ \boxed{}\right)$ を通ることを意味する．