

2014年理工第2問

2 r を $0 < r < 1$ をみたす定数とする。次の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \left[\frac{n}{3} \right]$ で定める。ただし、実数 x に対して、 $[x]$ は $l \leq x < l+1$ をみたす整数 l を表す。このとき、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{3n} (-1)^{k-1} r^{a_k}$$

を求めよ。

(2) 数列 $\{b_n\}$ を

$$\begin{aligned} n \text{ が奇数のとき } & b_n = n \\ n \text{ が偶数のとき } & b_n = 2n \end{aligned}$$

で定める。このとき、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{2n} (-1)^{k-1} r^{\frac{b_k}{n}}$$

を求めよ。