

2016年薬学部第3問

3 次の にあてはまる式を記入せよ。

空間の異なる3点 O, A, B に対して, $\vec{a} = \vec{OA}, \vec{b} = \vec{OB}$ とおく. 線分 AB を $k:l$ に内分する点を C とおくと

$$\vec{OC} = \text{ア} \vec{a} + \text{イ} \vec{b}$$

と表される. また, 線分 AB を $m:n$ ($m > n$) に外分する点を D とおくと

$$\vec{OD} = \text{ウ} \vec{a} + \text{エ} \vec{b}$$

と表される. さらに, $pm - qn \neq 0$ をみたす正の数 p, q について, $\vec{OA'} = p\vec{a}, \vec{OB'} = q\vec{b}$ をみたす2点 A', B' をとり, 直線 OC, OD がそれぞれ直線 $A'B'$ と交わる点を C', D' とおくと $\vec{OC'}, \vec{OD'}$ はそれぞれ

$$\vec{OC'} = \text{オ} \vec{a} + \text{カ} \vec{b}, \quad \vec{OD'} = \text{キ} \vec{a} + \text{ク} \vec{b}$$

と表される. よって, C' は線分 $A'B'$ を : に内分する点で, D' は線分 $A'B'$ を : に外分する点である.

ここで, 点 C が線分 AB を内分する比の値 $\frac{k}{l}$ と, 点 D が線分 AB を外分する比の値 $\frac{m}{n}$ について, これら2つの比の商を

$$c(A, B, C, D) = \frac{\frac{k}{l}}{\frac{m}{n}} = \frac{kn}{lm}$$

とおくとき, 点 C' が線分 $A'B'$ を内分する比の値と点 D' が線分 $A'B'$ を外分する比の商 $c(A', B', C', D')$ は, k, l, m, n を用いると と表せる.