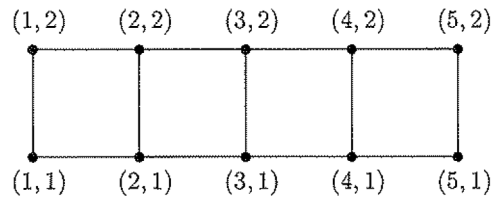


2017年全学部第2問

2 自然数  $n$  に対して, 座標平面上の  $2n$  個の点

$(1, 1), (2, 1), \dots, (n, 1), (1, 2), (2, 2), \dots, (n, 2)$

の集合を  $L_n$  とし, それらを下図のように線分で結んだ図形を考える。(図は  $n = 5$  の場合.)



そして  $L_n$  の 2 個の点  $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$  間の最短経路距離を  $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$  で定義する. すなわち  $P_1$  から  $P_2$  へ図形の線分を通り到達するための最短距離のことである. このとき  $L_n$  の異なる 2 点の組み合わせにおける最短経路距離の平均値  $a_n$  を求めたい.  $L_n$  の異なる 2 点の組み合わせにおける最短経路距離の総和を  $d_n$  とするとき, 次の問に答えよ.

- (1)  $d_1, a_1, d_2, a_2$  を求めよ.
- (2)  $L_n$  に 2 点  $(n+1, 1), (n+1, 2)$  を付け加えると  $L_{n+1}$  になることに着目して  $d_{n+1} - d_n$  を  $n$  で表せ.
- (3)  $d_n$  と  $a_n$  をそれぞれ  $n$  で表せ.