



2014年 理学部 第3問

3 次の文中の ア¹ ~ フ¹ にあてはまる最も適切な数を答えなさい。

曲線 C を $y = x^2 - 6x + 13$ とし、曲線 C の接線で点 $(p, 0)$ を通るものを考える。接点の x 座標を α とすると、接線の傾きは ア² $\alpha +$ イ²、接点の座標は $(\alpha, \text{ ウ² } \alpha^2 + \text{ エ² } \alpha + \text{ オ² } \text{ カ² })$ であるから、接線の方程式は、

$$y = (\text{ ア³ } \alpha + \text{ イ³ })x + \text{ キ³ } \alpha^2 + \text{ ク³ } \alpha + \text{ ケ³ } \text{ コ³ }$$

と表される。この直線が点 $(p, 0)$ を通ることから α は次の2次方程式

$$\alpha^2 + \text{ サ⁴ } p\alpha + \text{ シ⁴ } p + \text{ ス⁴ } \text{ セ⁴ } = 0$$

を満たす。この方程式は2つの解を持つから接線は2本存在し、傾きが正である接線の方程式は、

$$y = \text{ ソ⁵ } \left(p + \text{ タ⁵ } + \sqrt{p^2 + \text{ チ⁵ } p + \text{ ツ⁵ } \text{ テ⁵ } \right) (x + \text{ ト⁵ } p)$$

と表される。

任意の x における曲線 C の y 座標と接線の y 座標の差は、両者が $x = \alpha$ で接しているので、

$$(x - \alpha)^2$$

と書ける。これを用いると、曲線 C と2本の接線で囲まれた部分の面積 S は、

$$S = \frac{\text{ ナ⁶ } \text{ ニ⁶ }}{(p^2 + \text{ チ⁶ } p + \text{ ツ⁶ } \text{ テ⁶ })} \frac{\text{ ヌ⁶ } \text{ ネ⁶ }}{}$$

である。 p を変化させるとき、 S は $p = \text{ ノ⁷ }$ で最小値 $\frac{\text{ ハ⁷ } \text{ ヒ⁷ }}{\text{ フ⁷ }}$ をとる。