

2014 年 生命環境（生命分子化学）第 1 問

1  $0 < t < 1$  とする。  $\triangle OAB$  において、  $\vec{a} = \vec{OA}$ ,  $\vec{b} = \vec{OB}$  とする。  $\vec{AC} = \frac{2}{3}\vec{AB}$  となる点を  $C$  とし、  $\vec{c} = \vec{OC}$  とする。  $\vec{OD} = t\vec{b}$  となる点を  $D$ ,  $\vec{OE} = (1-t)\vec{a}$  となる点を  $E$ ,  $\vec{AF} = (1-t)\vec{AB}$  となる点を  $F$  とする。 線分  $AD$  と線分  $OC$  の交点を  $G$  とする。 以下の問いに答えよ。

(1)  $3|\vec{a}|^2 + 6|\vec{b}|^2 - 9|\vec{c}|^2 = 2|\vec{AB}|^2$  となることを示せ。

(2)  $\vec{AG}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  および  $t$  を用いて表せ。

(3)  $\triangle OAB$  の面積を  $S_1$ ,  $\triangle DEF$  の面積を  $S_2$  とする。  $\frac{S_2}{S_1}$  を  $t$  を用いて多項式で表し、  $\frac{S_2}{S_1}$  の最小値とそのときの  $t$  の値を求めよ。