熊本大学

2014年 文系 第1問

$\boxed{1}$ 空間内の1辺の長さ1の正四面体OABCにおいて，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とする．また，点Dを $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\vec{b}-\vec{a}$ を満たす点，点Eを $\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\vec{c}-\vec{a}$ を満たす点とし，点PをOAの中点とする．以下の問いに答えよ．

(1) $0<t<1$ に対し，BDを $t:(1-t)$ に内分する点をRとし，CEを $(1-t):t$ に内分する点をSとする．また，OBとPRの交点をMとし，OCとPSの交点をNとする．このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{ON}}$ を，それぞれ t，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

(2) △OMNの面積を t を用いて表せ．

(3) t が $0<t<1$ の範囲を動くとき，△OMNの面積の最小値を求めよ．