

2011年 教育学部（中等数学）第2問

2 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を次の関係式により定義する.

$$a_1 = 3, b_1 = 1,$$

$$a_{n+1} = \frac{3a_n + 13b_n}{2}, \quad b_{n+1} = \frac{a_n + 3b_n}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、次の問いに答えよ.

- (1) 数学的帰納法を用いて、 $a_n + b_n$, $a_n - b_n$ はともに正の偶数であることを証明せよ.
- (2) $c_n = a_n + \sqrt{13}b_n$, $d_n = a_n - \sqrt{13}b_n$ とおく. 数列 $\{c_n\}$, $\{d_n\}$ の一般項を求めよ.
- (3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を求めよ.