



2010年第3問

3 はじめに、Aが赤玉を1個、Bが白玉を1個、Cが青玉を1個持っている。表裏の出る確率がそれぞれ $\frac{1}{2}$ の硬貨を投げ、表が出ればAとBの玉を交換し、裏が出ればBとCの玉を交換する、という操作を考える。この操作を n 回 ($n = 1, 2, 3, \dots$) くり返した後にA, B, Cが赤玉を持っている確率をそれぞれ a_n, b_n, c_n とおく。

- (1) $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ を求めよ。
- (2) $a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}$ を a_n, b_n, c_n で表せ。
- (3) n が奇数ならば $a_n = b_n > c_n$ が成り立ち、 n が偶数ならば $a_n > b_n = c_n$ が成り立つことを示せ。
- (4) b_n を求めよ。