



2014年 第4問

 数理
石井K

 4 座標平面上の曲線 $y = |x^2 + 2x|$ を C とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 C と直線 $y = x + 2$ の共有点の座標を求めよ。
 (2) 曲線 C と直線 $y = x + 2$ で囲まれた部分の面積を求めよ。
 (3) 曲線 C と直線 $y = x + a$ がちょうど2つの共有点をもつような実数 a の値の範囲を求めよ。

(1)

(i) $x \geq 0$ または $x \leq -2$ の範囲での交点を求める

$$x^2 + 2x - x - 2 = 0$$

$$\therefore (x+2)(x-1) = 0 \quad \therefore x = -2, 1$$

$$\therefore (-2, 0), (1, 3)$$

(ii) $-2 < x < 0$ での交点を求める

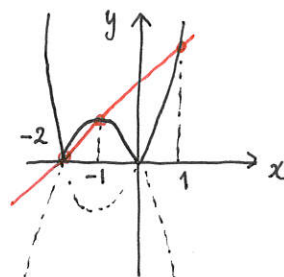
$$-x^2 - 2x - x - 2 = 0$$

$$\therefore x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\therefore (x+2)(x+1) = 0 \quad \therefore x = -2, -1$$

 $-2 < x < 0$ より。 $x = -1$

$$(-1, 1)$$

(i), (ii) より $(-2, 0), (-1, 1), (1, 3)$ 

(3)

図より。

 $y = -x^2 - 2x$ と $y = x + a$ が
 異なる2つの交点をもつとき
 $x^2 + 2x + x + a = 0$
 が重解をもつとき

$$0 < a < 2,$$

$$\therefore D = 9 - 4a = 0$$

$$\frac{9}{4} < a$$

$$\therefore a = \frac{9}{4}$$

以上より。

$$0 < a < 2, a > \frac{9}{4}$$

$$(2) S = \int_{-2}^{-1} -x^2 - 2x - x - 2 dx + \int_{-1}^0 x + 2 - (-x^2 - 2x) dx + \int_0^1 x + 2 - x^2 - 2x dx$$

$$= -\int_{-2}^{-1} (x+2)(x+1) dx + \left[\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 2x \right]_{-1}^0 + \left[-\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{6} - \left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - 2 \right) + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2 \right)$$

$$= \frac{13}{6}$$