2010年 第1問

$\boxed{1}$ $n$を自然数とし，$x$を変数とする関数

$$f_n(x) = (nx + n + 1)e^x, \quad g_n(x) = (nx + n - 1)e^{-x}$$

を考える．以下の問いに答えよ．

(1) $f_n(x)$の増減を調べ，極値を求めよ．

(2) $g_n(x)$の増減を調べ，極値を求めよ．

(3) $x$軸と$y$軸および曲線$y = f_n(x)$で囲まれた図形の面積$S_n$を求めよ．

(4) $x$軸と$y$軸および曲線$y = g_n(x)$で囲まれた図形の面積$T_n$を求めよ．ただし，$n \geqq 2$とする．

(5) 極限値$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{T_n}{S_n}$を求めよ．