0002281818177999

岡山県立大学

2016年第4問

$\boxed{4}$ 関数 $f(x)=\sqrt{2}\cos 2x-3\sin x$ について，次の問いに答えよ．

(1) $\sin x=t$ とおいて，$f(x)$ を t で表せ．

(2) 関数 $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ．

(3) 方程式 $f(x)=0$ の $0\leqq x\leqq\frac{\pi}{2}$ における解を α とするとき，$\sin\alpha$ と $\cos\alpha$ の値を求めよ．

(4) (3)の α について，定積分 $\int_0^{\alpha} f(x)\,dx$ の値を求めよ．

(1) $f(x)=\sqrt{2}(1-2\sin^2 x)-3\sin x$

$=\underline{-2\sqrt{2}t^2-3t+\sqrt{2}}$ //

(2) (1)で求めた関数を $g(t)$ とおくと

$g(t)=-2\sqrt{2}\left(t^2+\frac{3}{2\sqrt{2}}t\right)+\sqrt{2}$

$=-2\sqrt{2}\left(t+\frac{3\sqrt{2}}{8}\right)^2+2\sqrt{2}\cdot\frac{9}{32}+\sqrt{2}$

$=-2\sqrt{2}\left(t+\frac{3\sqrt{2}}{8}\right)^2+\frac{25\sqrt{2}}{16}$

$\underbrace{-1\leqq-\frac{3\sqrt{2}}{8}}\leqq 1$
範囲内にある

$t=-\frac{3\sqrt{2}}{8}$ のとき　$t=1$ のとき.

$-1\leqq t\leqq 1$ より，$\underline{\text{最大値}\ \frac{25\sqrt{2}}{16}\ ,\ \text{最小値}\ -3-\sqrt{2}}$ //

(3) (1)より.

$f(x)=0 \iff -(2\sqrt{2}t-1)(t+\sqrt{2})=0$

$\iff t=\frac{\sqrt{2}}{4}\ ,\ -\sqrt{2}$

$-1\leqq t\leqq 1$ より，$t=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$0\leqq\alpha\leqq\frac{\pi}{2}$ より. $\cos\alpha\geqq 0$

$\therefore\ \underline{\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}\ ,\ \cos\alpha=\frac{\sqrt{14}}{4}}$ //

(4) $\int_0^{\alpha} f(x)\,dx=\int_0^{\alpha}\sqrt{2}\cos 2x-3\sin x\,dx$

$=\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x+3\cos x\right]_0^{\alpha}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2\alpha+3\cos\alpha-3$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha+3\cos\alpha-3$

$=\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{4}\cdot\frac{\sqrt{14}}{4}+3\cdot\frac{\sqrt{14}}{4}-3$

$=\underline{\frac{7\sqrt{14}}{8}-3}$ //