

2010年工学域(中期)第3問

3 座標平面上において、点  $(x, y)$  から点  $(x+1, y)$  または点  $(x, y+1)$  への移動を N 型移動といい、点  $(x, y)$  から点  $(x+1, y+1)$  への移動を S 型移動という。  $n$  を 3 以上の整数とする。原点  $O$  から出発し、  $2n-2$  回の N 型移動と 1 回の S 型移動を組合せて点  $(n, n)$  に到達する径路の総数を  $A(n)$  とする。また、このような径路のうち、S 型移動を  $k$  回目の移動として含む径路の総数を  $B(n, k)$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $A(3)$  を求めよ。
- (2)  $B(4, 1)$ ,  $B(4, 2)$  をそれぞれ求めよ。
- (3)  $B(n, 1)$  を  $n$  を用いて表せ。
- (4) 一般の  $k = 1, 2, 3, \dots, 2n-1$  に対して、  $B(n, k)$  を  $n, k$  を用いて表せ。
- (5)  $A(n)$  を  $n$  を用いて表せ。

ただし、  $p, q, r$  を非負の整数とし、  $p \leq q \leq r$  とするとき、

$$\sum_{i=0}^p pC_i \cdot rC_{q-i} = p+rC_q$$

が成り立つことを用いてもよい。