2014年 医学部 第4問

$\boxed{4}$ 一列に並んだ3つの部屋A，B，Cがあり，2頭の象がいる．2頭の象は毎日1つの部屋から隣の部屋に，次のルールに従って移動する．

$0 < p < 1$ とし，象が部屋Aと部屋Bにいるとき，部屋Aにいる象は部屋Aに留まり，部屋Bにいる象が確率 p で部屋Cに移る．象が部屋Bと部屋Cにいるとき，部屋Cにいる象は部屋Cに留まり，部屋Bにいる象が確率 $1-p$ で部屋Aに移る．象が部屋Aと部屋Cにいるとき，部屋Aにいる象が確率 p で部屋Bに移り，移らない場合は部屋Cにいる象が部屋Bに移る．2頭の象が同時に同じ部屋にいることはできない．

はじめに2頭の象はそれぞれ部屋Aと部屋Bにいるものとし，$2n$ 日後に象が部屋Aにいる確率を a_n $(n = 1, 2, \cdots)$ とおく．このとき，次の問いに答えよ．

(1) a_1 を求めよ．

(2) a_{n+1} を a_n を用いて表せ．

(3) $p = \dfrac{2}{3}$ のとき，a_n を求めよ．