

2014年薬学部第1問

数理
石井

1 関数 $y = -2\sin\theta\cos\theta + 2a(\sin\theta + \cos\theta) - a$ ($-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$) について、次の問いに答えよ。ただし、 a は正の定数とする。

→ ちゃんと読んでなかった!

- (1) $t = \sin\theta + \cos\theta$ において、 y を t の関数で表せ。
 (2) t のとりうる値の範囲を求めよ。
 (3) y の最大値 $M(a)$ を求めよ。
 (4) $M(a)$ の最小値を求めよ。

$$(1) t^2 = 1 + 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\text{また, } t = \sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \quad \left(0 \leq \theta + \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{2}\right) \text{ より.}$$

$$0 \leq t \leq \sqrt{2} \quad \dots \textcircled{1}$$

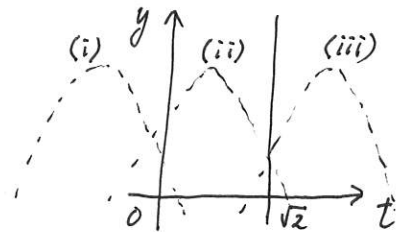
$$\therefore y = -2 \cdot \frac{t^2 - 1}{2} + 2at - a \quad \therefore y = -t^2 + 2at - a + 1 \quad (0 \leq t \leq \sqrt{2})$$

(2) ①より求めよう

$$\therefore \underline{0 \leq t \leq \sqrt{2}}$$

(3) (1)(2)より. $y = -(t-a)^2 + a^2 - a + 1$

$$\begin{cases} \text{(i) } a < 0 \text{ のとき } M(a) = 1 - a & \text{いらない} \\ \text{(ii) } 0 \leq a < \sqrt{2} \text{ のとき } M(a) = a^2 - a + 1 \\ \text{(iii) } \sqrt{2} \leq a \text{ のとき } M(a) = (2\sqrt{2} - 1)a - 1 \end{cases}$$



(4)

右のグラフより.

$M(a)$ の最小値は $\frac{3}{4}$ ($a = \frac{1}{2}$ のとき)

