

2017年理工第4問

4 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  は以下の条件をみたす.

(i)  $a_1 = 1$ ,  $a_n \neq 0$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ )

(ii)  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して,  $b_n$  は  $\frac{1}{a_n}$  より大きい最小の自然数である.

(iii)  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して,  $a_{n+1} = a_n - \frac{1}{b_n}$  が成り立つ.

次の問いに答えよ.

(1)  $b_1, a_2, b_2, a_3, b_3$  を求めよ.

(2)  $b_1 b_2 \cdots b_n a_{n+1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を求めよ.

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{b_k}$  を求めよ.