



2014年総合(看護)第3問

数理
石井K

3 4個の数字1, 2, 3, 4を使ってできる4ケタの整数を x とする。ただし、同じ数字をくり返し使ってよい。整数 x の千の位、百の位、十の位、一の位の数字をそれぞれ a, b, c, d とする。

- (1) 整数 x は全部で $\boxed{256}$ 個できる。 $\leftarrow 64$
- (2) $a = d$ となる x は全部で $\boxed{ネ}$ 個できる。
- (3) a, b, c, d のうち、3個以上が同じ数字となる x は全部で $\boxed{52}$ 個できる。
- (4) $a + b + c + d$ が12以上となる x は全部で $\boxed{ハ}$ 個できる。 $\leftarrow 66$
- (5) 3の倍数となる x は全部で $\boxed{85}$ 個できる。また、4の倍数となる x は全部で $\boxed{フ}$ 個できる。 $\leftarrow 64$

(1) a, b, c, d の選び方はそれぞれ4通りあるから、 $4^4 = \underline{256}$ 個

(2) $4^3 = \underline{64}$ 個

(3) ちょうど3個同じなのは、 $4P_2 \times 4C_1 = 48$ 個。

4個すべて同じなのは、4個。

$\therefore 48 + 4 = \underline{52}$ 個

(4) $a + b + c + d = 12, 13, 14, 15, 16$ の場合を分けて数える

(i) $a + b + c + d = 12$ のとき。 $\{1, 3, 4, 4\}, \{2, 2, 4, 4\}, \{2, 3, 3, 4\}, \{3, 3, 3, 3\}$ 合計 31 通り
 $\frac{4!}{2!} = 12$ 通り $\frac{4!}{2!2!} = 6$ 通り $\frac{4!}{2!} = 12$ 通り 1 通り

(ii) $a + b + c + d = 13$ のとき。 $\{1, 4, 4, 4\}, \{2, 3, 4, 4\}, \{3, 3, 3, 4\}$ 合計 20 通り
 4 通り $\frac{4!}{2!} = 12$ 通り 4 通り

(iii) $a + b + c + d = 14$ のとき。 $\{2, 4, 4, 4\}, \{3, 3, 4, 4\}$ 合計 10 通り
 4 通り 6 通り

(iv) $a + b + c + d = 15$ のとき。 $\{3, 4, 4, 4\}$ 合計 4 通り

(v) $a + b + c + d = 16$ のとき。 $\{4, 4, 4, 4\}$ 合計 1 通り

(i) ~ (v) より、 $31 + 20 + 10 + 4 + 1 = \underline{66}$ 通り

(5) x が 3 の倍数 $\Leftrightarrow a + b + c + d$ が 3 の倍数

(vi) $a + b + c + d = 6$ のとき。 $\{1, 1, 1, 3\}, \{1, 1, 2, 2\}$ $4 + \frac{4!}{2!2!} = 10$

(vii) $a + b + c + d = 9$ $\{1, 1, 3, 4\}, \{1, 2, 2, 4\}, \{1, 2, 3, 3\}, \{2, 2, 2, 3\}$ $\frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!} + 4 = 40$

\therefore (i), (iv), (vi), (vii) より、 $31 + 4 + 10 + 40 = \underline{85}$ 個

x が 4 の倍数 $\Leftrightarrow 10c + d$ が 4 の倍数 (12, 24, 32, 44) $\therefore 4^2 \cdot 4 = \underline{64}$ 個