

2014年経済第3問

3 r を $0 < r < 1$ をみたす定数とする. 数列 $\{a_n\}$ に対して

$$S_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} r^{a_k} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とする. 次の問いに答えよ. ただし以下では, 実数 x に対して, $[x]$ は $l \leq x < l+1$ をみたす整数 l を表す.

(1) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \left[\frac{n}{2} \right]$ で定めるとき, S_{2n} を r と n の式で表せ.

(2) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \left[\frac{n}{3} \right]$ で定めるとき, S_{3n} を r と n の式で表せ.

(3) $a_1 = 0$, $a_n \leq a_{n+1} \leq a_n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) および $S_{2014} = 0$ をみたす数列 $\{a_n\}$ のうち, $\sum_{k=1}^{2014} r^{a_k}$ を最小にする数列 $\{a_n\}$ の第 2014 項を求め, そのときの最小値を r の式で表せ.