

2013年理工第5問

5 関数 $f(x) = e^{ax}$ ($a > 0$) と次の条件 (ア), (イ) を満たす関数 $g(x)$ がある.

(ア) $y = g(x)$ のグラフは半円

$$\begin{cases} (x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2 \\ y < q \end{cases}$$

である. ただし, $p < 0$, $q > 0$, $r > |p|$ とする.

(イ) $f(0) = g(0)$, $f'(0) = g'(0)$, $f''(0) = g''(0)$

次の問いに答えよ.

(1) p , q , r を a を用いて表せ.

(2) a がすべての正の実数を動くとき, r を最小にする a の値を求めよ.