

2017年理工第4問

4 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は以下の条件をみたす.

(i) $a_1 = 1$, $a_n \neq 0$ ($n = 2, 3, 4, \dots$)

(ii) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, b_n は $\frac{1}{a_n}$ より大きい最小の自然数である.

(iii) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, $a_{n+1} = a_n - \frac{1}{b_n}$ が成り立つ.

次の問いに答えよ.

(1) b_1, a_2, b_2, a_3, b_3 を求めよ.

(2) $b_1 b_2 \cdots b_n a_{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{b_k}$ を求めよ.