

2018年理工第5問

5  $xy$  平面上に双曲線  $C_1 : y = \frac{1}{x}$  がある。  $C_1$  上の点  $P\left(t, \frac{1}{t}\right)$  ( $t > 0$ ) における  $C_1$  の接線を  $l$  とする。放物線  $C_2 : y = x^2 + ax + b$  ( $a, b$  は実数) は点  $P$  を通り、  $C_1$  と第3象限において共有点をただ1つもつとする。  $C_2$  と  $l$  で囲まれた部分の面積を  $S$  とする。 次の問いに答えよ。

- (1)  $l$  の方程式を求めよ。
- (2)  $a, b$  をそれぞれ  $t$  の式で表せ。
- (3)  $S$  を  $t$  の式で表せ。
- (4)  $t$  が正の実数全体を動くとき、  $S$  の最小値を求めよ。