

2012年経済第1問

1 xy 平面上に n 個の点 $P_k(x_k, y_k)$ ($k = 1, 2, 3, \dots, n$) がある.

$$a = \sum_{k=1}^n x_k^2, \quad b = \sum_{k=1}^n y_k^2, \quad c = \sum_{k=1}^n x_k y_k$$

とおく. さらに, P_k と直線 $\ell: x \cos \theta + y \sin \theta = 0$ の距離を d_k とし,

$$L = \sum_{k=1}^n d_k^2$$

とおく. 次の問いに答えよ.

- (1) L を a, b, c, θ を用いて表せ.
- (2) θ が $0 \leq \theta < \pi$ の範囲を動くとき, L の最大値と最小値を a, b, c を用いて表せ.
- (3) $a \neq b$ または $c \neq 0$ のとき, L を最大にする ℓ を l_1 , 最小にする ℓ を l_2 とする. l_1 と l_2 は直交することを示せ.