0002276363277999

島根大学

2016年 教育・生物資源科学部 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 1から5までの数字を1つずつ書いた5枚のカードが箱に入っている．箱の中から1枚のカードを取り出してもとに戻すことを n 回続けて行う．k 回目に取り出したカードの数字を a_k とし，$\sum_{k=1}^{n} a_k$ が偶数である確率を p_n とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) p_1，p_2 を求めよ．

(2) p_{n+1} を p_n を用いて表せ．

(3) p_n を求めよ．

(1) P_1 は a_1 が偶数である確率であるから，$\underline{P_1 = \frac{2}{5}}$ //

P_2 は a_1 と a_2 の偶奇が一致する確率であるから，$\underline{P_2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{13}{25}}$ //

(2) $\sum_{k=1}^{n+1} a_k$ が偶数となるのは次の2つの場合である

- $\underbrace{\sum_{k=1}^{n} a_k \text{ が偶数}}_{P_n}$ で，$\underbrace{a_{n+1} \text{ が偶数}}_{\frac{2}{5}}$ の場合
- $\underbrace{\sum_{k=1}^{n} a_k \text{ が奇数}}_{1-P_n}$ で，$\underbrace{a_{n+1} \text{ が奇数}}_{\frac{3}{5}}$ の場合

よって，$P_{n+1} = \frac{2}{5} \cdot P_n + \frac{3}{5}(1 - P_n)$

$\alpha = -\frac{1}{5}\alpha + \frac{3}{5}$

$\therefore\ \alpha = \frac{1}{2}$

$\therefore\ \underline{P_{n+1} = -\frac{1}{5}P_n + \frac{3}{5}}$ //

(3) $P_{n+1} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{5}\left(P_n - \frac{1}{2}\right)$

$\therefore$ 数列 $\left\{P_n - \frac{1}{2}\right\}$ は初項 $P_1 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{10}$，公比 $-\frac{1}{5}$ の等比数列

$$\therefore\ P_n - \frac{1}{2} = -\frac{1}{10}\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{5}\right)^n$$

$\therefore\ \underline{P_n = \frac{1}{2}\left\{1 + \left(-\frac{1}{5}\right)^n\right\}}$ //