$\boxed{1}$ 次の $\boxed{}$ に適する数を入れよ．

(1) 製品 A は 3 つの部品 a，b，c から構成される．部品 a，b，c は，製造する過程において各々 $\dfrac{1}{8}$ の確率で低品質のものが発生する．製品 A に 2 つ以上の低品質の部品が含まれるとき，製品 A は不良品となる．製品 A を 1 つ製造するとき，それが不良品となる確率は $\dfrac{\boxed{ア}\boxed{イ}}{\boxed{ウ}\boxed{エ}\boxed{オ}}$ である．

(2) a を実数，k を正の実数として

$$F(a)=\int_a^k (x^2-a^2)\,dx$$

とおく．関数 $F(a)$ の極値の差が 72 となるような k の値は $\boxed{カ}$ である．

(3) 四面体 OABC は，OA $=4$，OB $=5$，$\angle$AOB $=\dfrac{\pi}{3}$ をみたすとする．O から辺 AB に垂線を下ろし，この垂線と AB との交点を D とする．このとき

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

である．辺 BC を 3 : 2 に内分する点を E，線分 AE と線分 CD との交点を F とする．このとき

$$\overrightarrow{\mathrm{OF}}=\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}\boxed{チ}}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$

である．

$\boxed{2}$ 数列 $\{a_n\}$ は $a_1=0$，$a_{n+1}=2a_n+2n-1$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ をみたすとする．このとき，$a_2=\boxed{ア}$，$a_3=\boxed{イ}$ である．

$\{a_n\}$ の一般項を求めたい．$b_n=a_n+cn+d$ が漸化式

$$b_{n+1}=2b_n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

をみたすように定数 c と d を定めると，$c=\boxed{ウ}$，$d=\boxed{エ}$ となる．

したがって，$a_n=\boxed{オ}\cdot\boxed{カ}^{n-1}-\boxed{ウ}n-\boxed{エ}$ となる．

3 以下のように群に分けられた規則的な数列がある．ただし，第 n 群には n 個の項が入るものとする．つまり，第 1 項が第 1 群，第 2 項と第 3 項が第 2 群，その後に続く 3 つの項が第 3 群，などとなる．この数列について，各問に答えよ．

$$\frac{2}{1\cdot 2}\ \Big|\ \frac{3}{1\cdot 2},\ \frac{3}{2\cdot 3}\ \Big|\ \frac{4}{1\cdot 2},\ \frac{4}{2\cdot 3},\ \frac{4}{3\cdot 4}\ \Big|\ \frac{5}{1\cdot 2},\ \frac{5}{2\cdot 3},\ \frac{5}{3\cdot 4},\ \frac{5}{4\cdot 5}\ \Big|\ \frac{6}{1\cdot 2},\ \cdots$$

第 1 群　第 2 群　第 3 群　第 4 群

(1) 第 20 項の値を求めよ．

(2) 第 5 項と同じ値の項は次に第何項に現れるか．

(3) 初項から第 n 群の最後の項までの項の総数を式で表せ．

(4) 第 n 群に含まれる k 番目の項を式で表せ．

(5) 初項から第 30 群の最後の項までの中に，5 より大きい項はいくつあるか．

(6) 第 n 群に含まれる n 個の項の総和を式で表せ．

4 (1)〜(5) において，Ⓐ，Ⓑ，Ⓒ の値の大小関係を調べ，最大のものと最小のものを答えよ．

(1) $\{1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 6,\ 6,\ 7\}$ の，

Ⓐ 平均値　Ⓑ 中央値（メジアン）　Ⓒ 最頻値（モード）

(2) θ が第 2 象限の角で，$\sin\theta = \dfrac{2}{3}$ のとき，

Ⓐ $\sin\left(\theta - \dfrac{\pi}{2}\right)$　Ⓑ $\cos\theta$　Ⓒ $\tan\theta$

(3) Ⓐ 半径 4，面積 4π の扇形の弧の長さ

Ⓑ 半径 5，中心角 $\dfrac{\pi}{2}$ の扇形の弧の長さ

Ⓒ 半径 6，中心角 72° の扇形の弧の長さ

(4) $2x^3 + x^2 - 8x - 3$ を $x + 2$ で割ったときの商を $f(x)$ としたとき，

Ⓐ $f(0)$　Ⓑ $f(1)$　Ⓒ $f(2)$

(5) $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 5$ のとき，

Ⓐ $f\left(-\dfrac{2236}{1001}\right)$　Ⓑ $f\left(\dfrac{98}{299}\right)$　Ⓒ $f\left(\dfrac{502}{301}\right)$

5 次の $\boxed{}$ に適する数を入れよ．

(1) 48^{30} は $\boxed{アイ}$ 桁の数である．ただし，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ として計算せよ．

(2) 放物線 $y=x^2-7x+6$ と直線 $y=x-1$ は 2 点 $(\boxed{ウ},\ \boxed{エ})$，$(\boxed{オ},\ \boxed{カ})$（ただし，$\boxed{ウ}<\boxed{オ}$）で交わり，両者によって囲まれる部分の面積は $\boxed{キク}$ である．

(3) A と B が，あるゲームで対戦している．A と B の強さは互角で，1 回の対戦で勝つ確率はいずれも $\dfrac{1}{2}$ である．引き分けは，ないものとする．

（i）5 回目の対戦が終わったところで，A が 3 勝，B が 2 勝している確率は $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コサ}}$ である．

（ii）B が先に 3 勝する前に A が先に 2 勝する確率は $\dfrac{\boxed{シス}}{\boxed{セソ}}$ である．

6 a，b，c は正の整数である．以下の問に答えなさい．

(1) $ab=1800$ となる a，b の組は全部で $\boxed{アイ}$ 通りある．

(2) $a<b<c<10$ となる a，b，c の組は全部で $\boxed{ウエ}$ 通りある．

(3) $12a=4b+3c$，$b<100$，$c<100$ となる a，b，c の組は全部で $\boxed{オカキ}$ 通りある．

(4) $a+b=3c<100$ となる a，b，c の組は全部で $\boxed{クケコサ}$ 通りある．

(5) $a+\log_3(b+c)=10$ となる a，b，c の組は全部で $\boxed{シスセソタ}$ 通りある．ただし，$3^{10}=59049$ である．

$\boxed{7}$ 次の $\boxed{}$ に適切な数を入れよ．

(1) 座標平面上の 3 点 O(0, 0)，A(3, 1)，B(7, −1) に対して，

$$\sin\angle\mathrm{AOB} = \frac{\sqrt{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}}$$

である．

(2) 開発中のある薬品を製造するために，3 種類の全く別の方式 A，B，C が考案された．また，各々の方式で，失敗せず薬品が製造できる確率は，それぞれ，90 %，70 %，50 % である．これらの 3 種類の方式で独立にそれぞれ 1 回ずつ薬品を製造するとき，少なくとも 1 つの方式で失敗せず薬品が製造できる確率は，$\boxed{ウ}\boxed{エ}.\boxed{オ}$ % である．

(3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が，

$$S_n = 5a_n - 1 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で表されるとき，初項は $a_1 = \dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ であり，一般項は $a_n = \dfrac{\boxed{ク}^{\,n-1}}{\boxed{ケ}^{\,n}}$ である．

また，a_{2016} の整数部分は $\boxed{コ}\boxed{サ}\boxed{シ}$ 桁の数である．ただし，$\log_{10} 2 = 0.30103$ とする．

(4) a，b，c を定数とし，x の関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ が $f(-1) = 1$，$f(2) = 31$ を満たす．さらに x の関数 $g(x) = \displaystyle\int_0^x (t-1)f'(t)\,dt$ が $x = -2$，$x = 1$ で極値をとるとする．このとき，$a = \boxed{ス}$，$b = \boxed{セ}$，$c = \boxed{ソ}$ であり，$g(x)$ の極大値は $\dfrac{\boxed{タ}\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$ である．

$\boxed{8}$ 次の各設問の $\boxed{1}$ から $\boxed{9}$ までの空欄にあてはまる数値を入れよ．

(1) 関数 $y = 3\sin\left(2x - \dfrac{2}{3}\pi\right)$ のグラフは $y = 3\sin 2x$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{1}$ だけ平行移動したものであり，その正で最小の周期は $\boxed{2}$ である．

(2) 座標平面上の △ABC において，線分 AB を 2 : 1 に内分する点 P の座標が (1, 5)，線分 AC を 4 : 1 に外分する点 Q の座標が (3, −3)，△ABC の重心の座標が (0, 2) であるとき，点 A の座標は ($\boxed{3}$, $\boxed{4}$) である．

(3) 関数 $y = \left(\log_3 \dfrac{x}{9}\right)^3 + 6\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3x}$ $(1 \leqq x \leqq 27)$ の最小値は $\boxed{5}$，最大値は $\boxed{6}$ である．また，最大値 $\boxed{6}$ をとるときの x は $\boxed{7}$ である．

(4) 水を満たしたある容器の底に穴を開けてから x 分後における容器内の水深を y メートルとすると，y は次式で表される．ただし，$0 \leqq x \leqq 90$ とする．

$$y = 0.9 \times 10^{-4} x^2 - 1.8 \times 10^{-2} x + 1$$

x_1 分から x_2 分の間に，容器から出た水の量を $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2} y\,dx$ とする．最初の 1 分間 ($x_1 = 0$，$x_2 = 1$) に出た水の量に対する 5 分から 6 分の間 ($x_1 = 5$，$x_2 = 6$) に出た水の量の割合は約 $\boxed{8}$ % である．容器内の水深 y が，$x = 0$ のときの半分になるのは約 $\boxed{9}$ 分後である．

$\boxed{9}$ 次の各設問の $\boxed{16}$ と $\boxed{17}$ の空欄に数字を入れよ．また，$\boxed{}$ には文字式を入れ完成させよ．

条件 $a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{9a_n}{3a_n+5}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある．

(1) $b_n=\dfrac{1}{a_n}$ とし，$b_{n+1}-q=p(b_n-q)$ と変形すると，実数 p，q はそれぞれ $p=\boxed{16}$，$q=\boxed{17}$ である．

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n=\boxed{}$ である．

$\boxed{10}$ 以下の $\boxed{ア}$ から $\boxed{ツ}$ にあてはまる数字または式を記入せよ．

(1) 数列

$$\frac{1}{1+2},\ \frac{1}{1+2+3},\ \frac{1}{1+2+3+4},\ \cdots$$

の第 n 項を a_n で表すと

$$a_{40}=\frac{1}{\boxed{ア}\boxed{イ}\boxed{ウ}}$$

であり，

$$\sum_{n=40}^{80} a_n=\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}\boxed{カ}}$$

である．

(2) $\mathrm{OA}=2$，$\mathrm{OB}=1$ である三角形OABにおいて，∠AOBの2等分線と辺ABの交点をCとする．また線分ABを5：2に外分する点をD，線分OBを2：1に外分する点をEとする．さらに直線OCと直線DEの交点をFとする．$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とするとき，

$$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\vec{a}+\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\vec{b},$$

$$\overrightarrow{\mathrm{DE}}=\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\vec{a}+\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}\vec{b},$$

$$\overrightarrow{\mathrm{OF}}=\frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}\vec{a}+\frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}\vec{b}$$

となる．

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+6x^2}-1}{\sin^2 x}=\boxed{テ}$

(4) ${}_n\mathrm{C}_5$ が5の倍数となるような整数 n は，$100\leqq n\leqq 125$ の範囲に $\boxed{ト}$ 個ある．

明治大学

2016年 情報コミュニケーション学部 第1問

$\boxed{1}$ (1)～(5) において，Ⓐ，Ⓑ，Ⓒ の値の大小関係を調べ，最大のものと最小のものを答えよ．

(1) $\{1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 6,\ 6,\ 7\}$ の，
　Ⓐ 平均値　Ⓑ 中央値（メジアン）　Ⓒ 最頻値（モード）

(2) θ が第2象限の角で，$\sin\theta = \dfrac{2}{3}$ のとき，
　Ⓐ $\sin\left(\theta - \dfrac{\pi}{2}\right)$　Ⓑ $\cos\theta$　Ⓒ $\tan\theta$

(3) Ⓐ 半径4，面積 4π の扇形の弧の長さ
　Ⓑ 半径5，中心角 $\dfrac{\pi}{2}$ の扇形の弧の長さ
　Ⓒ 半径6，中心角 72° の扇形の弧の長さ

(4) $2x^3 + x^2 - 8x - 3$ を $x + 2$ で割ったときの商を $f(x)$ としたとき，
　Ⓐ $f(0)$　Ⓑ $f(1)$　Ⓒ $f(2)$

(5) $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 5$ のとき，
　Ⓐ $f\left(-\dfrac{2236}{1001}\right)$　Ⓑ $f\left(\dfrac{98}{299}\right)$　Ⓒ $f\left(\dfrac{502}{301}\right)$

(1) Ⓐ $\frac{1}{10}(1+1+2+3+4+5+6+6+6+7)$
$= 4.1$

Ⓑ $\frac{1}{2}(4+5) = 4.5$

Ⓒ 6

$\therefore$ 最大Ⓒ，最小Ⓐ //

(2) Ⓐ $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos\theta$

$90^\circ < \theta < 180^\circ$ より $-\cos\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$

Ⓑ $\cos\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

Ⓒ $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{\frac{2}{3}}{-\frac{\sqrt{5}}{3}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore$ 最大Ⓐ，最小Ⓒ //

(3) Ⓐ $\frac{1}{2}\cdot 4\cdot l = 4\pi$　$\therefore l = 2\pi$

Ⓑ $5\cdot\frac{\pi}{2} = \frac{5}{2}\pi$

Ⓒ $6\cdot\frac{2\pi}{5} = \frac{12}{5}\pi$

$\therefore$ 最大Ⓑ，最小Ⓐ //

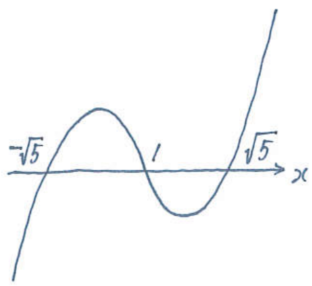
(4) 因数定理より，$x+2$ で割ったときの余りは $2(-2)^3+(-2)^2-8\cdot(-2)-3=1$

$\therefore 2x^3+x^2-8x-3 = (x+2)f(x)+1$

この式に $x=0$ を代入すると，$-3 = 2f(0)+1$　$\therefore f(0) = -2$
$x=1$　〃　$-8 = 3f(1)+1$　$\therefore f(1) = -3$
$x=2$　〃　$1 = 4f(2)+1$　$\therefore f(2) = 0$

$\therefore$ 最大Ⓒ，最小Ⓑ //

(5) $f(x) = (x-1)(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$ であるから，$y=f(x)$ のグラフは右のようになる



$-\sqrt{5} < -\frac{2236}{1001} < -2$，$0 < \frac{98}{299} < \frac{1}{3}$，$1 < \frac{502}{301} < 2$

$f(-\sqrt{5}) = f(1) = f(\sqrt{5}) = 0$，$f(-2)=3$，$f(0)=5$，$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{88}{27}$

$f(2) = -1$　$\therefore 0 <$ Ⓐ < 3，$\frac{88}{27} <$ Ⓑ < 5，$-1 <$ Ⓒ < 0

$\therefore$ 最大Ⓑ　最小Ⓒ //

2016年 情報コミュニケーション学部 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 次の $\boxed{}$ に適する数を入れよ．

(1) 48^{30} は $\boxed{ア}\boxed{イ}$ 桁の数である．ただし，$\log_{10}2 = 0.3010$，$\log_{10}3 = 0.4771$ として計算せよ．

5 1

(2) 放物線 $y = x^2 - 7x + 6$ と直線 $y = x - 1$ は2点（$\boxed{ウ}$，$\boxed{エ}$），（$\boxed{オ}$，$\boxed{カ}$）（ただし，$\boxed{ウ} < \boxed{オ}$）で交わり，両者によって囲まれる部分の面積は $\boxed{キ}\boxed{ク}$ である．

1 0 7 6 36

(3) AとBが，あるゲームで対戦している．AとBの強さは互角で，1回の対戦で勝つ確率はいずれも $\frac{1}{2}$ である．引き分けは，ないものとする．

（i）5回目の対戦が終わったところで，Aが3勝，Bが2勝している確率は $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}\boxed{サ}}$ である．

5 / 16

（ii）Bが先に3勝する前にAが先に2勝する確率は $\dfrac{\boxed{シ}\boxed{ス}}{\boxed{セ}\boxed{ソ}}$ である．

11 / 16

(1) $10^{n-1} \leqq 48^{30} < 10^n$ とすると．

$n-1 \leqq 30\log_{10}48 < n$

ここで，$30\log_{10}48 = 30(4\log_{10}2 + \log_{10}3)$

$= 50.433$

$\therefore n = 51$　　$\underline{51桁.}$ //

(2) $x^2 - 7x + 6 - (x-1) = 0 \iff x^2 - 8x + 7 = 0$

$\iff (x-7)(x-1) = 0$

$\therefore x = 1, 7$　　$\therefore$ $\underline{交点は (1,0), (7,6)}$ //

$S = \int_1^7 x - 1 - (x^2 - 7x + 6)\,dx$

$= -\int_1^7 (x-1)(x-7)\,dx$

$= \frac{1}{6}\cdot(7-1)^3$

$= \underline{36}$ //

(3)
(i) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot {}_5C_2 = \underline{\frac{5}{16}}$ //

(ii)
AA　…　$\frac{1}{4}$
BAA, ABA　…　各 $\frac{1}{8}$
BBAA, BABA, ABBA　…　各 $\frac{1}{16}$

$\therefore \frac{1}{4} + \frac{2}{8} + \frac{3}{16} = \underline{\frac{11}{16}}$ //