＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 0でない複素数 α，β が $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=0$ を満たすとする．複素数平面上の4点を O(0)，A(α)，B(β)，C($-\beta$) として，次の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{\beta}{\alpha}$ を求めよ．

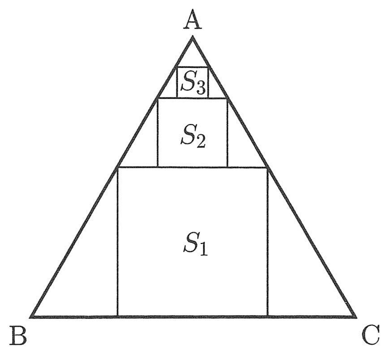
(2) $\dfrac{\beta}{\alpha}$ の絶対値 r および偏角 θ を求めよ．ただし，偏角の範囲は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする．

(3) △ABO の3つの角の大きさを求めよ．

(4) △ABO の面積を S_1 とし，△ABC の面積を S_2 とするとき，$\dfrac{S_2}{S_1}$ の値を求めよ．

（徳島大学　2016）

$\boxed{2}$ 1辺の長さが1の正三角形 ABC に，図のように正方形 S_1，S_2，S_3，$\cdots$ を順に内接させるものとする．



(1) 正方形 S_1 の1辺の長さを求めよ．

(2) n 番目の正方形 S_n の面積 s_n を求めよ．

(3) これらの正方形の面積の総和

$$s = s_1 + s_2 + \cdots + s_n + \cdots$$

を求めよ．

（日本女子大学　2014）

$\boxed{3}$ a，b を定数とし，関数 $f(x)=\sin 2x + a\cos x + b$ とする．$f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$ とするとき，次の問いに答えよ．

(1) b を a を用いて表せ．

(2) 曲線 $y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}\left(\dfrac{\pi}{2},\ f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)\right)$ における法線が，点 $\mathrm{Q}\left(\dfrac{\pi}{2}+2\sqrt{3},\ 0\right)$ を通るとき，a，b の組をすべて求めよ．

(3) (2) で求めた a，b で定められる $f(x)$ のうち，$x=\dfrac{\pi}{6}$ で極値をとるものについて考える．このとき $0 \leqq x \leqq 2\pi$ の範囲において，$f(x)$ のすべての極値を求めよ．

（岩手大学　2016）

2016年 医（保健）・工学部 第2問

$\boxed{2}$ 0でない複素数 α，β が $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=0$ を満たすとする．複素数平面上の4点を O(0)，A(α)，B(β)，C($-\beta$) として，次の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{\beta}{\alpha}$ を求めよ．

(2) $\dfrac{\beta}{\alpha}$ の絶対値 r および偏角 θ を求めよ．ただし，偏角の範囲は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする．

(3) △ABOの3つの角の大きさを求めよ．

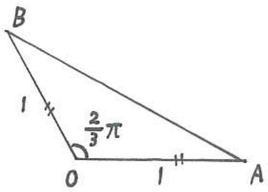
(4) △ABOの面積を S_1 とし，△ABCの面積を S_2 とするとき，$\dfrac{S_2}{S_1}$ の値を求めよ．

(1) $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=0$ の両辺を $\alpha^2(\neq 0)$ で割って，

$$\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2+\frac{\beta}{\alpha}+1=0$$

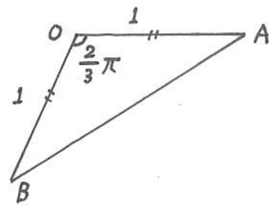
解の公式

$$\therefore\ \underline{\frac{\beta}{\alpha}=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}}\ //$$



(2) $\dfrac{\beta}{\alpha}=\cos\left(\pm\dfrac{2}{3}\pi\right)+i\sin\left(\pm\dfrac{2}{3}\pi\right)$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ より，$\underline{r=1,\ \theta=\dfrac{2}{3}\pi,\ \dfrac{4}{3}\pi}\ //$

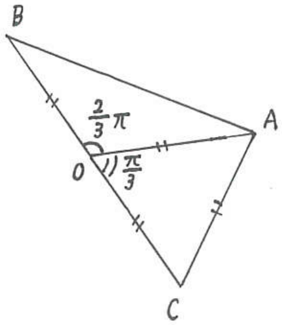


(3) (2)より，$\beta=\left\{\cos\left(\pm\dfrac{2}{3}\pi\right)+i\sin\left(\pm\dfrac{2}{3}\pi\right)\right\}\alpha$ より

右図のいずれかになる．どちらも

$OA=OB$，$\angle AOB=\dfrac{2}{3}\pi$ の二等辺三角形であり，

3つの角は，$\underline{\angle AOB=\dfrac{2}{3}\pi,\ \angle OAB=\angle OBA=\dfrac{\pi}{6}}\ //$

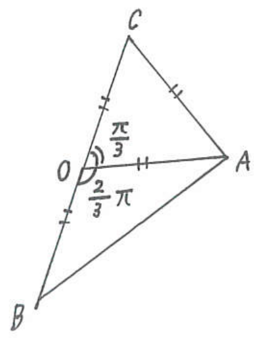


(4) $S_1=\dfrac{1}{2}\cdot1\cdot1\cdot\sin\dfrac{2}{3}\pi=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

右の図より，

$S_2=\dfrac{1}{2}\cdot2\cdot1\cdot\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore\ \frac{S_2}{S_1}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{4}{\sqrt{3}}=\underline{2}\ //$$



0001878631218999

日本女子大学

2014年 理学部 第1問

数理 石井K

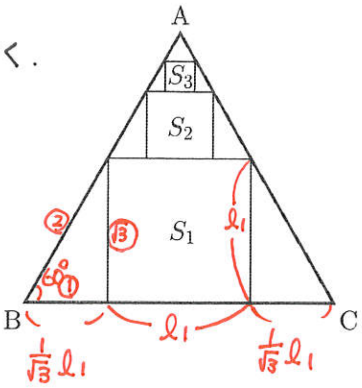
$\boxed{1}$ 1辺の長さが1の正三角形ABCに，図のように正方形S_1，S_2，S_3，… を順に内接させるものとする．

(1) S_nの1辺の長さをl_nとおく．

右図より．

$$l_1 + \frac{2}{\sqrt{3}} l_1 = 1$$

$$\therefore \underline{l_1 = 2\sqrt{3} - 3}$$ //



(1) 正方形S_1の1辺の長さを求めよ．

(2) n番目の正方形S_nの面積s_nを求めよ．

(3) これらの正方形の面積の総和

$$s = s_1 + s_2 + \cdots + s_n + \cdots$$

を求めよ．

(2) (1)と同様にすると．

$$l_{n+1} + \frac{2}{\sqrt{3}} l_{n+1} = l_n$$

$$\therefore l_{n+1} = (2\sqrt{3} - 3) l_n$$

$\therefore \{l_n\}$は初項 $2\sqrt{3}-3$，公比 $2\sqrt{3}-3$ の等比数列となる．$\therefore l_n = (2\sqrt{3}-3)^n$

$$\therefore \underline{S_n = l_n^2 = (2\sqrt{3} - 3)^{2n}}$$ //

(3)

$$S = (2\sqrt{3}-3)^2 + (2\sqrt{3}-3)^4 + \cdots$$

$0 < 2\sqrt{3} - 3 < 1$ より，$0 < (2\sqrt{3}-3)^2 < 1$

$$S = \frac{(2\sqrt{3}-3)^2}{1 - (2\sqrt{3}-3)^2}$$

$$= \frac{21 - 12\sqrt{3}}{12\sqrt{3} - 20}$$

$$= \underline{\frac{3(\sqrt{3}-1)}{8}}$$ //

岩手大学

2016年 理工学部 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ a，bを定数とし，関数 $f(x) = \sin 2x + a\cos x + b$ とする．$f\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ とするとき，次の問いに答えよ．

(1) bをaを用いて表せ．

(2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}\left(\dfrac{\pi}{2},\ f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)\right)$ における法線が，点 $\mathrm{Q}\left(\dfrac{\pi}{2} + 2\sqrt{3},\ 0\right)$ を通るとき，a，bの組をすべて求めよ．

(3) (2) で求めた a，b で定められる $f(x)$ のうち，$x = \dfrac{\pi}{6}$ で極値をとるものについて考える．このとき $0 \leqq x \leqq 2\pi$ の範囲において，$f(x)$ のすべての極値を求めよ．

(1) $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{3} + a\cos\frac{\pi}{6} + b$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}a + b + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2}a + b + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ 　　$\therefore \underline{b = \frac{\sqrt{3}}{2}(1-a)}$ //

(2) $f'(x) = 2\cos 2x - a\sin x$

$\therefore f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2 - a$

(i) $a \fallingdotseq -2$ のとき．

法線の傾きは $\frac{1}{a+2}$

PQの傾きは．$\frac{b-0}{-2\sqrt{3}} = \frac{1}{4}(a-1)$

$\therefore \frac{1}{a+2} = \frac{a-1}{4}$ より．$(a-2)(a+3) = 0$ 　$\therefore a = -3, 2$

$\therefore (a, b) = (-3, 2\sqrt{3}), \left(2, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(ii) $a = -2$ のとき P, Q を同時に通る y 軸に平行な直線は存在せず不適．

(i), (ii) より $\underline{(a, b) = (-3, 2\sqrt{3}), \left(2, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$ //

(3) $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2\cos\frac{\pi}{3} - a\sin\frac{\pi}{6} = 1 - \frac{1}{2}a$ 　$\therefore x = \frac{\pi}{6}$ で極値をとるのは $(a, b) = \left(2, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

このとき．$f(x) = \sin 2x + 2\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$f'(x) = 2\cos 2x - 2\sin x = -2(2\sin x - 1)(\sin x + 1)$

x	0	$\cdots$	$\frac{\pi}{6}$	$\cdots$	$\frac{5}{6}\pi$	$\cdots$	$\frac{3}{2}\pi$	$\cdots$	2π
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\sqrt{3}$	$\searrow$	$-2\sqrt{3}$	$\nearrow$		$\nearrow$	
			極大		極小				

$\therefore$ $\underline{極大値 \sqrt{3}\ \left(x = \frac{\pi}{6} のとき\right)，極小値 -2\sqrt{3}\ \left(x = \frac{5}{6}\pi のとき\right)}$ //