______年　番号______　氏名______________________________

1 円周を八等分する点を時計回りの順に A，B，C，D，E，F，G，H とし，A を出発点として駒を置く．1 枚の硬貨を投げて，表が出たときは一つ先の点，裏が出たときは三つ先の点へ駒を時計回りに進め，最初に点 A に止まったときを上がりとする．例えば，裏裏表表と出たときは，A → D → G → H → A と進み，1 周目で上がりとなる．ただし，硬貨を投げる回数は 8 回までとし，上がりとなったら硬貨投げを終わることとする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 硬貨を 4 回投げて上がりとなる確率を求めよ．

(2) 硬貨を 6 回投げて上がりとなる確率を求めよ．

(3) 1 周目で上がりとなる確率を求めよ．

(4) 途中で G に止まり，1 周目で上がりとなる確率を求めよ．

（大阪府立大学　2018）

2 原点を O とする座標空間において，A(1, −4, 5)，B(1, 2, −1)，C(2, 1, −1)，P(p, q, 4) とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ が $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ の両方に垂直であるとき，p と q の値をそれぞれ求めよ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ が垂直であり，$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}+x\overrightarrow{\mathrm{OB}}|$ が $x=-2$ で最小となるとき，p と q の値をそれぞれ求めよ．

(3) s と t がすべての実数を動くとき，$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{BC}}|$ の最小値を求めよ．

（大阪府立大学　2018）

3 数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1=1,\quad a_2=2,\quad a_{n+2}-2a_{n+1}-3a_n=0\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たすとし，数列 $\{b_n\}$，$\{c_n\}$ を

$$b_n=a_{n+1}+a_n,\quad c_n=a_{n+1}-3a_n\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

と定める．自然数 n に対して，以下の問いに答えよ．

(1) b_{n+1} を b_n の式で表せ．

(2) c_{n+1} を c_n の式で表せ．

(3) b_n と c_n をそれぞれ n の式で表せ．

(4) a_n を n の式で表せ．

（大阪府立大学　2018）

$\boxed{4}$ 放物線 $y=x^2$ を C_1，放物線 $y=-2x^2-1$ を C_2 とする．a，b を 0 でない定数とし，C_1 上の点 $\mathrm{A}(a,\ a^2)$ における C_1 の接線と C_2 上の点 $\mathrm{B}(b,\ -2b^2-1)$ における C_2 の接線は平行であるとする．また，2 点 A，B を通る直線 ℓ は C_1，C_2 のそれぞれと異なる 2 点で交わるとし，C_1 と ℓ の交点で A と異なる点を P，C_2 と ℓ の交点で B と異なる点を Q とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) B の座標と直線 ℓ の方程式をそれぞれ a を用いて表せ．

(2) P と Q の x 座標をそれぞれ a の式で表せ．

(3) ℓ と C_1 で囲まれた部分の面積を S_1，ℓ と C_2 で囲まれた部分の面積を S_2 とするとき，$\dfrac{S_2}{S_1}$ を求めよ．

（大阪府立大学　2018）

$\boxed{5}$ 円周を八等分する点を時計回りの順に A，B，C，D，E，F，G，H とし，A を出発点として駒を置く．1 枚の硬貨を投げて，表が出たときは一つ先の点，裏が出たときは三つ先の点へ駒を時計回りに進め，最初に点 A に止まったときを上がりとする．例えば，裏裏表表と出たときは，A → D → G → H → A と進み，1 周目で上がりとなる．ただし，硬貨を投げる回数は 8 回までとし，上がりとなったら硬貨投げを終わることとする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 硬貨を 4 回投げて上がりとなる確率を求めよ．

(2) 硬貨を 6 回投げて上がりとなる確率を求めよ．

(3) 1 周目で上がりとなる確率を求めよ．

(4) 途中で G に止まり，1 周目で上がりとなる確率を求めよ．

（大阪府立大学　2018）

$\boxed{6}$ 原点を O とする座標空間において，$\mathrm{A}(1,\ -4,\ 5)$，$\mathrm{B}(1,\ 2,\ -1)$，$\mathrm{C}(2,\ 1,\ -1)$，$\mathrm{P}(p,\ q,\ 4)$ とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ が $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ の両方に垂直であるとき，p と q の値をそれぞれ求めよ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ が垂直であり，$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}+x\overrightarrow{\mathrm{OB}}|$ が $x=-2$ で最小となるとき，p と q の値をそれぞれ求めよ．

(3) s と t がすべての実数を動くとき，$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{BC}}|$ の最小値を求めよ．

（大阪府立大学　2018）

$\boxed{7}$ 複素数 z と共役な複素数を $\overline{z}$ で表し，i を虚数単位とする．また，複素数平面上で，$1+i$ を表す点を P とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 複素数 z の実部は $\dfrac{1}{2}(z+\overline{z})$ に等しいことを示せ．

(2) $(1+i)z$ の実部が 1 であるような任意の複素数 z に対して，次の等式を満たす実数 t が存在することを示せ．

$$z = \frac{1-i}{2} + (1+i)t$$

(3) 0 でない複素数 w が複素数平面における中心 P，半径 $\sqrt{2}$ の円周上の点であるとする．$\dfrac{1+i}{w}$ の実部の値を求めよ．

(4) 複素数 z に対して $2(1+i)z$ の実部が 1 であるとき，$\dfrac{1}{z}$ は複素数平面における中心 P，半径 $\sqrt{2}$ の円周上にあることを示せ．

（大阪府立大学　2018）

$\boxed{8}$ 自然数 n に対して，$S_n = \displaystyle\int_1^e (\log x)^n\,dx$ とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) S_1 を求めよ．

(2) S_{n+1} を S_n と n の式で表せ．

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n$ を求めよ．

(4) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} nS_n$ を求めよ．

（大阪府立大学　2018）