$\boxed{1}$ 円に内接する四角形ABCDにおいて，AB $= 8$，BC $= 5$，CD $= 3$，$\angle$ABC $= 60°$ である．このとき，次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ．

(1) 対角線ACの長さは $\boxed{31}$ である．

(2) 辺ADの長さは $\boxed{32}$ である．

(3) 円の半径は $\dfrac{\boxed{33}\sqrt{\boxed{34}}}{\boxed{35}}$ である．

(4) 四角形ABCDの面積は $\dfrac{\boxed{36}\sqrt{\boxed{37}}}{\boxed{38}}$ である．

（広島経済大学　2016）

$\boxed{2}$ 3辺の長さが a，b，c である $\triangle$ABCの面積を S，内接円の半径を r とする．以下の問に答えよ．

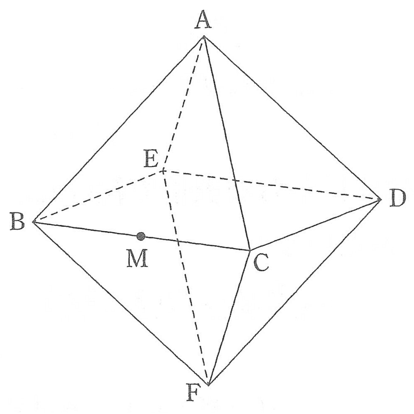
(1) $a = 3$，$b = 7$，$c = 8$ のとき S を求めよ．

(2) $S = \dfrac{1}{2}r(a + b + c)$ を証明せよ．

(3) $a = 3$，$b = 7$，$c = 8$ のとき r を求めよ．

（北星学園大学　2015）

$\boxed{3}$ 次のような，一辺の長さが1の正八面体を考える．ただし，Mは辺BCの中点である．



(1) $\cos\angle \mathrm{AMD}$ を求めよ．

(2) $\triangle \mathrm{AMD}$ の面積を求めよ．

（京都教育大学　2015）

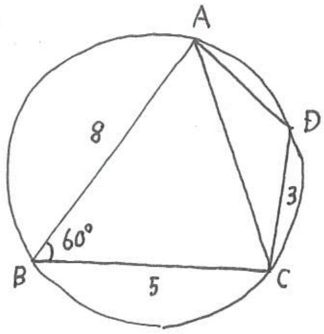
0002323276767999

広島経済大学

2016年 1期1日目 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 円に内接する四角形 ABCD において，AB = 8，BC = 5，CD = 3，∠ABC = 60° である．このとき，次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ．



(1) 対角線 AC の長さは $\boxed{31}$ である．　7

(2) 辺 AD の長さは $\boxed{32}$ である．　5

(3) 円の半径は $\dfrac{\boxed{33}\sqrt{\boxed{34}}}{\boxed{35}}$ である．　7, 3, 3

(4) 四角形 ABCD の面積は $\dfrac{\boxed{36}\sqrt{\boxed{37}}}{\boxed{38}}$ である．　55, 3, 4

(1) 余弦定理より

$AC^2 = 8^2 + 5^2 - 2\cdot 8\cdot 5\cdot \cos 60°$

$= 64 + 25 - 40$

$= 49$

∴ $AC > 0$ より，$\underline{AC = 7}$ //

(2) 四角形ABCDは円に内接しているので

$\angle ABC + \angle ADC = 180°$

∴ $\angle ADC = 120°$

余弦定理より，

$AC^2 = AD^2 + 3^2 - 2\cdot AD\cdot 3\cdot \cos 120°$

∴ $49 = AD^2 + 9 + 3AD$

$AD^2 + 3AD - 40 = 0$

$(AD + 8)(AD - 5) = 0$

$AD > 0$ より，$\underline{AD = 5}$ //

(3) 正弦定理より

$\dfrac{7}{\sin 60°} = 2R$ 　∴ $\underline{R = \dfrac{7\sqrt{3}}{3}}$ //

(4)

$S = \triangle ABC + \triangle ACD$

$= \dfrac{1}{2}\cdot 8\cdot 5\cdot \sin 60° + \dfrac{1}{2}\cdot 5\cdot 3\cdot \sin 120°$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{4}(40 + 15)$

$= \underline{\dfrac{55\sqrt{3}}{4}}$ //

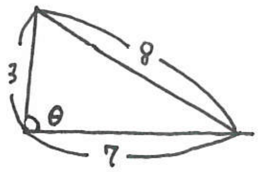
2015年 経済学部 第2問

2 3辺の長さが a, b, c である △ABC の面積を S, 内接円の半径を r とする．以下の問に答えよ．

(1) $a=3$, $b=7$, $c=8$ のとき S を求めよ．

(2) $S=\frac{1}{2}r(a+b+c)$ を証明せよ．

(3) $a=3$, $b=7$, $c=8$ のとき r を求めよ．

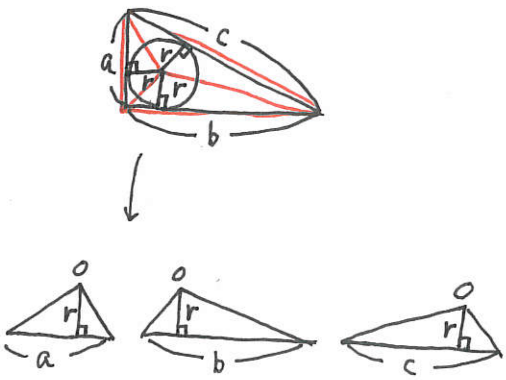


(1) 右図の角を θ とおくと．余弦定理より．

$$8^2=3^2+7^2-2\cdot3\cdot7\cdot\cos\theta$$

$$\therefore \cos\theta=-\frac{1}{7} \quad \therefore \sin\theta=\frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$\therefore S=\frac{1}{2}\cdot3\cdot7\cdot\frac{4\sqrt{3}}{7}=\underline{6\sqrt{3}}$$ //



(2) 内接円の中心を O として．

△ABC を △OAB, △OBC, △OCA に

分けて S を計算すると．

$$S=\frac{1}{2}ar+\frac{1}{2}br+\frac{1}{2}cr$$

$$=\frac{1}{2}r(a+b+c) \quad \blacksquare$$

(3) (2) より． $S=\frac{1}{2}r(3+7+8)$

$$=9r$$

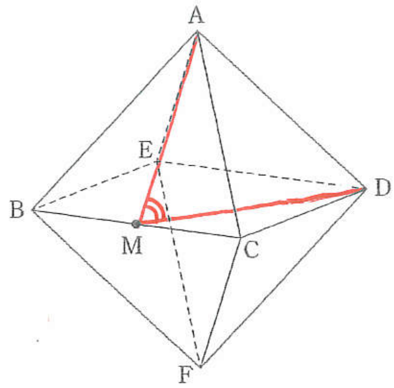
∴ (1) より． $9r=6\sqrt{3}$

$$\therefore \underline{r=\frac{2\sqrt{3}}{3}}$$ //

2015年 教育学部 第2問

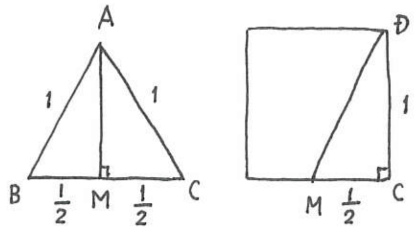
数理 石井K

$\boxed{2}$ 次のような，一辺の長さが1の正八面体を考える．ただし，Mは辺BCの中点である．



(1) cos∠AMDを求めよ．

(2) △AMDの面積を求めよ．



(1) 右図より.

$AM=\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}$ ， $DM=\sqrt{1+\left(\frac{1}{2}\right)^2}$

$\therefore AM=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $DM=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore$ 余弦定理より. $\cos\angle AMD=\dfrac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2-1^2}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}}=\underline{\frac{2\sqrt{15}}{15}}$ //

(2) (1)より. $\sin^2\angle AMD=1-\left(\frac{2\sqrt{15}}{15}\right)^2$

$=\frac{11}{15}$

$\sin\angle AMD>0$ より. $\sin\angle AMD=\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$

$\therefore \triangle AMD=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\sin\angle AMD$

$=\frac{\sqrt{15}}{8}\cdot\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$

$=\underline{\frac{\sqrt{11}}{8}}$ //