

1 a を定数とし、2次関数 $y = 2x^2 - 4(a - 2)x + 2a^2 - 7a + 9$ のグラフを C とする。以下の各問いに答えよ。

- (1) C の頂点の座標を求めよ。
- (2) $a < 2$ とする。 x の範囲を $-1 \leq x \leq 1$ とするとき、 y の最大値とそのときの x の値を求めよ。
- (3) (2)と同様に $a < 2$, $-1 \leq x \leq 1$ とするとき、 y の最小値とそのときの x の値を、 a の値の範囲によって場合分けして答えよ。
- (4) (2)と同様に $a < 2$, $-1 \leq x \leq 1$ とするとき、最大値と最小値の差が6になるときの a の値を求めよ。

(昭和大学 2014)



2014年 歯学部・薬学部・保健医療 第3問

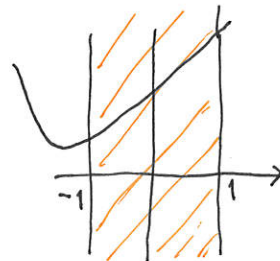
数理
石井3 a を定数とし、2次関数 $y = 2x^2 - 4(a-2)x + 2a^2 - 7a + 9$ のグラフを C とする。以下の各問いに答えよ。

- (1) C の頂点の座標を求めよ。 $2 - 4a + 8 + 2a^2 - 7a + 9$ $2 + 4a - 8 + 2a^2 - 7a + 9$
- (2) $a < 2$ とする。 x の範囲を $-1 \leq x \leq 1$ とするとき、 y の最大値とそのときの x の値を求めよ。
- (3) (2) と同様に $a < 2$ 、 $-1 \leq x \leq 1$ とするとき、 y の最小値とそのときの x の値を、 a の値の範囲によって場合分けして答えよ。
- (4) (2) と同様に $a < 2$ 、 $-1 \leq x \leq 1$ とするとき、最大値と最小値の差が6になるときの a の値を求めよ。

$$\begin{aligned} (1) \quad y &= 2\{x^2 - 2(a-2)x\} + 2a^2 - 7a + 9 \\ &= 2\{x - (a-2)\}^2 - 2(a-2)^2 + 2a^2 - 7a + 9 \\ &= 2\{x - (a-2)\}^2 + a + 1 \end{aligned} \quad \therefore \text{頂点 } (a-2, a+1) //$$

(2) (頂点の x 座標) $= a-2 < 0$ より最大値は $x=1$ のとき

$$\therefore \text{最大値 } \underline{2a^2 - 11a + 19} \quad (x=1 \text{ のとき}) //$$

(3) (i) $1 < a < 2$ のとき。最小値は $\underline{a+1}$ ($x=a-2$ のとき) //(ii) $a \leq 1$ のとき。

$$\text{最小値は } \underline{2a^2 - 3a + 3} \quad (x=-1 \text{ のとき}) //$$

(4) (i) $1 < a < 2$ のとき。

$$\begin{aligned} y_{\max} - y_{\min} &= 2a^2 - 11a + 19 - (a+1) \\ &= 2a^2 - 12a + 18 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \therefore 2a^2 - 12a + 18 &= 6 \\ \therefore a^2 - 6a + 6 &= 0 \end{aligned}$$

$$\therefore a = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 6}}{2} = 3 \pm \sqrt{3}$$

 $1 < a < 2$ より、 $a = 3 - \sqrt{3}$ (ii) $a \leq 1$ のとき

$$y_{\max} - y_{\min} = 2a^2 - 11a + 19 - (2a^2 - 3a + 3) = -8a + 16 = 6$$

$$\therefore -8a = -10 \quad \therefore a = \frac{5}{4} \quad a \leq 1 \text{ より不適, (i)・(ii) より } \underline{a = 3 - \sqrt{3}} //$$