＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ $\alpha = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ とする．次の問いに答えよ．

(1) 3 次方程式 $x^3+3x-4=0$ の解を複素数の範囲で，すべて求めよ．

(2) $\alpha^3+3\alpha$ は整数であることを示せ．

(3) α は整数であることを示せ．

（和歌山大学　2017）

$\boxed{2}$ 次の問に答えよ．

(1) 方程式 $8x^4-8x^2+x+1=0$ を解け．

(2) $\cos 4\theta$ を $\cos\theta$ を用いて表せ．

(3) $\cos\dfrac{4\pi}{5} = -\cos\dfrac{\pi}{5}$ であることを示し，$\cos\dfrac{\pi}{5}$ の値を求めよ．

（宮城教育大学　2017）

$\boxed{3}$ 次の各問いに答えよ．

(1) 整式 $P(x)$ を 0 でない整式 $Q(x)$ で割った余りを $R(x)$ とおく．方程式 $P(x)=0$ と $Q(x)=0$ の共通解は方程式 $Q(x)=0$ と $R(x)=0$ の共通解であることを示せ．また逆に方程式 $Q(x)=0$ と $R(x)=0$ の共通解は方程式 $P(x)=0$ と $Q(x)=0$ の共通解であることを示せ．

(2) 整式 $P(x)$，$Q(x)$ を

$$P(x)=x^4+2x^3+x^2-1, \quad Q(x)=x^3+2x^2-1$$

とおく．方程式 $P(x)=0$ と $Q(x)=0$ の共通解をすべて求めよ．

（鹿児島大学　2016）

$\boxed{4}$ a を 1 でない正の実数とする．以下の問いに答えよ．

(1) 方程式 $2^x\log_2 x - \dfrac{8}{\log_a 2}\log_a x = 0$ を満たす実数 x をすべて求めよ．

(2) 正の実数 A に対し，方程式 $\dfrac{2^x}{\log_a 2}\log_a A - 2 = 0$ を満たす実数 x の個数を求めよ．

(3) 正の実数 A に対し，方程式 $2^x\log_2 A + \dfrac{2^{-x}}{\log_a 2}\log_a A - 2 = 0$ を満たす実数 x の個数を求めよ．

（三重大学　2017）

$\boxed{5}$ 次の問いに答えよ．

(1) 実数 x，y は $\log_2 x + \log_2 y = 2$ を満たす．

（ｉ）$t=x+y$ とおく．x^2+y^2 を t を用いて表せ．

（ii）$x^2+y^2+xy-6x-6y+11$ の最小値とそのときの x と y の値を求めよ．

(2) $23x+13y=5$ を満たす整数 x，y の組で $|x|+|y|$ が最小になるものを求めよ．

(3) 3 個のサイコロを同時に 1 回投げる．

（ｉ）出る目の積が偶数である確率を求めよ．

（ii）出る目の積が偶数であるとき，その出る目の和が 5 の倍数である確率を求めよ．

（福岡教育大学　2017）

0002259630477999

鹿児島大学

2016年 教育学部 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 次の各問いに答えよ．

(1) 整式 $P(x)$ を 0 でない整式 $Q(x)$ で割った余りを $R(x)$ とおく．方程式 $P(x)=0$ と $Q(x)=0$ の共通解は方程式 $Q(x)=0$ と $R(x)=0$ の共通解であることを示せ．また逆に方程式 $Q(x)=0$ と $R(x)=0$ の共通解は方程式 $P(x)=0$ と $Q(x)=0$ の共通解であることを示せ．

(2) 整式 $P(x)$, $Q(x)$ を

$$P(x)=x^4+2x^3+x^2-1, \quad Q(x)=x^3+2x^2-1$$

とおく．方程式 $P(x)=0$ と $Q(x)=0$ の共通解をすべて求めよ．

(1) $P(x)=Q(x)\cdot S(x)+R(x)$ …① と表せる．ただし，$S(x)$ は商である

$P(x)=0$ と $Q(x)=0$ の共通解を α とおくと，

$P(\alpha)=Q(\alpha)=0$ …②

$x=\alpha$ を①に代入すると，$P(\alpha)=Q(\alpha)\cdot S(\alpha)+R(\alpha)$ …③

②，③より，$R(\alpha)=0$

∴ α は $Q(x)=0$ と $R(x)=0$ の共通解である

逆に，$Q(x)=0$ と $R(x)=0$ の共通解を β とおくと，

$Q(\beta)=R(\beta)=0$ …④

$x=\beta$ を①に代入すると，$P(\beta)=Q(\beta)\cdot S(\beta)+R(\beta)$ …⑤

④，⑤より，$P(\beta)=0$

∴ β は $P(x)=0$ と $R(x)=0$ の共通解である ▨

(2) (1)において，$P(x)=x^4+2x^3+x^2-1$，$Q(x)=x^3+2x^2-1$ とおくと，

$S(x)=x$ となり，$R(x)=x^2+x-1$

であるから，求める共通解は，$Q(x)=0$ と $R(x)=0$ の共通解である

$Q(x)=0 \iff (x+1)(x^2+x-1)=0$

∴ $x^2+x-1=0$ を解くと，$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

∴ 共通解は，$\underline{x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}}$ //