$\boxed{1}$ 4で割って3余る自然数を図のように並べ，上から1段目，2段目，3段目，$\cdots$とする．このとき，次の問に答えよ．

1段目			7	
2段目		11	15	
3段目	19	23	27	
4段目	31	35	39	43
$\vdots$	$\cdots\cdots\cdots$			

(1) 6段目の左から4個目にある自然数を求めよ．

(2) n段目の左端の自然数をa_nとする．a_nをnの式で表せ．

(3) 2015は何段目の左から何個目にあるか答えよ．

(4) n段目に並んでいる自然数の総和をS_nとする．S_nをnの式で表せ．

（立教大学　2015）

$\boxed{2}$ 座標平面上の曲線$C: y=x^3+x^2+ax$は，直線$\ell_1: y=-x$と原点$\mathrm{O}(0,\ 0)$で接している．このとき，次の問に答えよ．

(1) aの値を求めよ．

(2) 直線ℓ_1とCの共有点でO以外の点をPとする．点Pの座標を求めよ．

(3) 点Pを通るCの接線ℓ_2とCの共有点で点P以外の点をQとする．点Qの座標を求めよ．

(4) 点Qを通るCの接線ℓ_3とCの共有点で点Q以外の点をRとする．点Rの座標を求めよ．

(5) 三角形PQRの面積を求めよ．

（立教大学　2015）

立教大学

2015年 現代心理（映像）・社会・コミュ（福祉） 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 4で割って3余る自然数を図のように並べ，上から1段目，2段目，3段目，…とする．このとき，次の問に答えよ．

1段目	7			
2段目	11	15		
3段目	19	23	27	
4段目	31	35	39	43
：	………			

(1) 6段目の左から4個目にある自然数を求めよ．

(2) n 段目の左端の自然数を a_n とする．a_n を n の式で表せ．

(3) 2015は何段目の左から何個目にあるか答えよ．

(4) n 段目に並んでいる自然数の総和を S_n とする．S_n を n の式で表せ．

(1) 5段目は. 47, 51, 55, 59, 63，6段目は. 67, 71, 75, 79, 83, 87

∴ 求める自然数は. $\underline{79}$ //

(2) $\{a_n\}$: 7, 11, 19, 31, 47, 67, … より. その階差数列 $\{b_n\}$ は.

$\{b_n\}$: 4, 8, 12, 16, 20, …

$\therefore b_n = 4n$

$\therefore a_n = 7 + \sum_{k=1}^{n-1} 4k \quad (n \geqq 2)$

$= 7 + 2(n-1)n$

$= \underline{2n^2 - 2n + 7}$ //　これは $n=1$ のときも成り立つ

(3) $a_n \leqq 2015$ となる最大の n を求める.

$2n^2 - 2n - 2008 \leqq 0$

$\therefore n(n-1) \leqq 1004$　∴ 最大の n は. $n = 32$

32段目は. $a_{32} = 1991$, 1995, 1999, 2003, 2007, 2011, 2015, 2019, …

よって. $\underline{32段目の左から7番目}$ //

(4) $S_n = \frac{1}{2}n\{a_n + \underbrace{(a_{n+1} - 4)}_{n段目の右端の自然数}\}$ ← 等差数列の和の公式

$= \frac{1}{2}n\{2n^2 - 2n + 7 + 2(n+1)^2 - 2(n+1) + 7 - 4\}$

$= \underline{n(2n^2+5)}$ //

2015年 現代心理（映像）・社会・コミュ（福祉） 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 座標平面上の曲線 $C: y = x^3 + x^2 + ax$ は，直線 $\ell_1 : y = -x$ と原点 $\mathrm{O}(0,\ 0)$ で接している．このとき，次の問に答えよ．

(1) a の値を求めよ．

(2) 直線 ℓ_1 と C の共有点で O 以外の点を P とする．点 P の座標を求めよ．

(3) 点 P を通る C の接線 ℓ_2 と C の共有点で点 P 以外の点を Q とする．点 Q の座標を求めよ．

(4) 点 Q を通る C の接線 ℓ_3 と C の共有点で点 Q 以外の点を R とする．点 R の座標を求めよ．

(5) 三角形 PQR の面積を求めよ．

(1) $y' = 3x^2 + 2x + a$ より，原点における C の接線は

$y = ax$ これと，$y = -x$ の係数を比較して，$\underline{a = -1}$ //

(2) $x^3 + x^2 - x - (-x) = 0$ より，$x^2(x+1) = 0$

$\therefore x = 0, -1$ $\quad 0 \neq P$ より，$\underline{P(-1,\ 1)}$ //

(3) $y' = 3x^2 + 2x - 1$ より，$\ell_2 : y = 0 \cdot (x+1) + 1$

よって，$\ell_2 : y = 1$

$x^3 + x^2 - x - 1 = 0$ より，$(x+1)^2(x-1) = 0$

$P \neq Q$ より，$\underline{Q(1,\ 1)}$ //

(4) $\ell_3 : y = 4(x-1) + 1$ $\quad \therefore \ell_3 : y = 4x - 3$

$x^3 + x^2 - x - (4x - 3) = 0$

$x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0$

$(x-1)^2(x+3) = 0$ $\quad Q \neq R$ より $\underline{R(-3,\ -15)}$ //

(5) 右の図より，

$\triangle PQR = \dfrac{1}{2} \cdot 2 \cdot 16$

$= \underline{16}$ //