＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1 すべての自然数 n について，3^n-2n+3 は 4 の倍数である．このことを，数学的帰納法を用いて示せ．

2 すべての自然数 n について，$3^{3n+1}+7^{2n-1}$ は 11 の倍数である．このことを，数学的帰納法を用いて示せ．

愛知教育大学

2016年 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ すべての自然数nについて，3^n-2n+3は4の倍数である．このことを，数学的帰納法を用いて示せ．

(i) $n=1$ のとき．

$3^1-2\cdot1+3=4$　よって成り立つ

(ii) $n=k$ のとき，成り立つと仮定すると，

$3^k-2k+3=4m$ (mは整数)と表せる

$\therefore\ 3^k=2k-3+4m\ \cdots①$

このとき，

$$3^{k+1}-2(k+1)+3=3\cdot3^k-2(k+1)+3$$

$$=3(2k-3+4m)-2(k+1)+3 \quad (\because ①より)$$

$$=4k-8+12m$$

$$=4(k+3m-2)$$

$k+3m-2$は整数であるから，これは4の倍数である

よって，$n=k+1$のとき，成り立つ

(i)，(ii)より，すべての自然数nについて，3^n-2n+3は4の倍数である ▨

2016年 第5問

数理 石井K

5 すべての自然数 n について，$3^{3n+1}+7^{2n-1}$ は 11 の倍数である．このことを，数学的帰納法を用いて示せ．

数学的帰納法で示す

(i) $n=1$ のとき

$3^4+7^1=88=8\times 11$

∴ 11の倍数となり，$n=1$ のとき成り立つ

(ii) $n=k$ のとき成り立つと仮定すると，

$3^{3k+1}+7^{2k-1}$ は 11の倍数

よって，$3^{3k+1}+7^{2k-1}=11m$ (m：整数) とおく

このとき，

$$\begin{aligned} 3^{3(k+1)+1}+7^{2(k+1)-1} &= 27\cdot 3^{3k+1}+49\cdot 7^{2k-1} \\ &= 27(3^{3k+1}+7^{2k-1})+22\cdot 7^{2k-1} \\ &= 27\cdot 11m+22\cdot 7^{2k-1} \\ &= 11(27m+2\cdot 7^{2k-1}) \end{aligned}$$

よって，これは 11の倍数であるから，$n=k+1$ のときも成り立つ

(i), (ii) より，すべての自然数 n について，$3^{3n+1}+7^{2n-1}$ は 11の倍数である ▨